
Numerische Optimierung der Verteilung von Dämpfungsbelägen

Master-Thesis

Clarissa Schaal | 1384903

Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Clarissa Schaal
Matrikelnummer: 1384903
Studiengang: Maschinenbau

Master-Thesis
Thema: Numerische Optimierung der Verteilung von Dämpfungsbelägen
Theme: Numerical Optimization of the Distribution of Damping Layers

Eingereicht: 23. Mai 2012

Betreuer: Dipl.-Wirtsch.-Ing. Thorsten Hering, Dipl.-Ing. Johannes Tschesche

Prof. Dr.-Ing. Holger Hanselka
Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM
Fachbereich Maschinenbau
Technische Universität Darmstadt
Magdalenenstraße 4
64289 Darmstadt

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Master Thesis ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

(Ort, Datum)

(Unterschrift)

Master Thesis

Bearbeiterin: Clarissa Schaal, Matr.-Nr. 1384903

Betreuer: Dipl.-Wirtsch.-Ing. Thorsten Hering, Dipl.-Ing. Johannes Tschesche

Beginn: sofort

Numerische Optimierung der Verteilung von Dämpfungsbelägen

Die Strukturintensität (STI) beschreibt den Fluss der Körperschallenergie von der Quelle (Kraftanregung) zur Senke (Dissipation) und gehört zu den modernen rechnergestützten Analyseverfahren und Kernforschungsthemen des SzM. Auf Basis der STI ist es möglich, die in einem Kontrollvolumen dissipierte Energie quantitativ zu ermitteln. Dies soll dazu genutzt werden, um die Verteilung von Dämpfungsbelägen auf technischen Schalenstrukturen zu optimieren (Topologieoptimierung). Hierfür stehen als Simulationsumgebungen *Abaqus* (FEM) und *OptiY* (Optimierungstool) zur Verfügung.

Im Rahmen der Master Thesis soll daher die Methode an einem einfachen Beispiel erprobt werden. Darauf aufbauend ist ein geeignetes FE-Modell einer realen Struktur auszuwählen und um eine parametrisch beschriebene Belegung mit Dämpfungselementen zu erweitern. Anschließend soll die Zielgrößenberechnung mittels *Python* in *Abaqus* implementiert werden. Weiterhin sind der betrachtete Frequenzbereich, Dämpfungsparameter, Designvariablen und Optimierungsalgorithmen sinnvoll zu wählen. Abschließend sollen die erzielten Ergebnisse mit herkömmlichen Methoden zur Verteilung von Dämpfungsbelägen verglichen werden.

Frau Schaal wird vom Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM betreut. Ihr werden die notwendigen Arbeitsmittel zur Verfügung gestellt (Rechner/ Software/ Literatur, etc.). Die Master Thesis ist auf einen zeitlichen Aufwand von ca. 900 Stunden ausgelegt.



Prof. Dr.-Ing. Holger Hanselka

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	VII
Nomenklatur	VIII
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen	2
2.1 Strukturoptimierung	2
2.1.1 Optimierungstypen	3
2.1.2 Optimierungsaufgabe	5
2.1.3 Optimierungsalgorithmen	9
2.1.4 Programmsysteme zur Optimierung	12
2.1.5 Das Optimierungswerkzeug OptiY	13
2.2 Strukturintensität	21
2.2.1 Allgemeine Berechnung der Strukturintensität	22
2.2.2 Definition von Schalen	23
2.2.3 Berechnung der Strukturintensität in Schalen	24
2.2.4 Ableitung der dissipierten und eingeleiteten Energie	26
2.3 Wirkprinzip von Dämpfungsbelägen	28
3 FE-Modell	33
3.1 Voruntersuchungen	34
3.1.1 Modellaufbau Platte	34
3.1.2 Parametervariation	36
3.2 Optimierungsmodell	53
3.2.1 Modellaufbau	54
3.2.2 Modellierung des Dämpfungsbelags	56
3.2.3 Modellvernetzung	57
4 Berechnung des Leistungsverhältnisses an Hand der Strukturintensität	59
4.1 Vorgehen zur Ermittlung der Verlust- und Eingangsleistung am Unterboden . .	59
4.2 Berechnung des Leistungsverhältnisses	62

5 Optimierung der Dämpfungsverteilung	67
5.1 Wahl der Optimierungsparameter	67
5.1.1 Aufstellen der Zielfunktion	67
5.1.2 Wahl der Restriktionen	68
5.2 Optimierung in OptiY	70
5.3 Optimierungsergebnisse und Auswertung	72
5.3.1 Optimierungsergebnisse des Adaptiven Antwortflächenverfahrens	72
5.3.2 Optimierungsergebnisse der Evolutionsstrategie	74
5.3.3 Auswertung und Vergleich der Ergebnisse	75
6 Zusammenfassung und Ausblick	83
Literaturverzeichnis	87

Abbildungsverzeichnis

2.1	Typischer Ablauf eines simulationsgestützten Optimierungsprozesses	2
2.2	Anwendungsbereiche in der Strukturdynamik	5
2.3	Veranschaulichung der Konvexität einer Funktion	7
2.4	Veranschaulichung der Konvexität einer Menge	7
2.5	Veranschaulichung der dritten Kuhn-Tucker-Bedingung	9
2.6	Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen Struktur- und der Luftschallintensität	21
2.7	Aktiver und reaktiver Teil der Strukturintensität der (2,3)-Mode einer Platte . .	23
2.8	Schnittkräfte in Schalen	25
2.9	Out-Of-Plane- und In-Plane-Wellen	25
2.10	Veranschaulichung der Gleichung zur Berechnung der Dissipationsleistung . .	27
2.11	Dehnungs- und Spannungsverlauf bei vorgegebenen Dehnungen	29
2.12	Platte mit Dämpfungsbelag im unverformten und verformten Zustand	30
2.13	Verläufe des E-Moduls und des Verlustfaktors für Polyvinylchlorid	32
3.1	Aufbau der Plattenmodells für die Voruntersuchungen	34
3.2	Vergleich der Methoden zur Berechnung der Eingangsleistung	37
3.3	Verlauf der Strukturintensität in der Platte bei der 1. Eigenfrequenz	38
3.4	Plattenmodell mit zusätzlichen Partitionen	39
3.5	Variation der Elementgröße	40
3.6	Vergleich der Elemente S4 und S4R	42
3.7	Strukturierte, freie und kombinierte Vernetzung der Platte	43
3.8	Vergleich der strukturierten, freien und kombinierten Vernetzung	43
3.9	Variation der Elementgröße zur Berechnung der Eingangsleistung nahe der Kraftanregung	44
3.10	Variation der Elementgröße zur Berechnung der Eingangsleistung in größerem Abstand zur Kraftanregung	44
3.11	Variation des Abstands der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung zum Kraftangriffspunkt	45
3.12	Variation der Position der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung	46
3.13	Vergleich der Lastarten Kraft und Flächenlast	47

3.14	Verglichene Positionen der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung um den Dämpfungsbelag	49
3.15	Aufbau des Unterbodenmodells	54
3.16	Aufbau des verwendeten Unterbodenmodells	56
3.17	Modellierung des Dämpfungsbelags	57
3.18	Vernetzung des Unterbodenmodells	57
4.1	Übersicht der Ringintegral-Kurven am Unterboden	59
4.2	Vergrößerter Ausschnitt des Bodenblechs an einer Ringintegral-Kurve	60
4.3	Schnittgrößen und Geschwindigkeiten an einem Beispielelement	61
5.1	Aufbau des Blockschaltbild zur Optimierung	70
5.2	Zuordnung der Designvariablen zu den einzelnen Dämpfungsbelägen	71
5.3	Verlauf des Leistungsverhältnisses während der Optimierung mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren	72
5.4	Verlauf der Designvariablen während der Optimierung mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren	73
5.5	Verlauf des Leistungsverhältnisses während der Optimierung mit der Evolutionsstrategie	74
5.6	Verlauf der Designvariablen während der Optimierung mit der Evolutionsstrategie	74
5.7	Schwingform und Schwinggeschwindigkeit in der 2. Eigenmode beim Unterbodenmodell ohne Dämpfungsbelag sowie mit Belag_vr1 und den Belag_vr2	78
5.8	Aktive Strukturintensität in der 2. Eigenmode beim Unterbodenmodell ohne Dämpfungsbelag sowie mit Belag_vr1 und den Belag_vr2	79
5.9	Schwingform und Schwinggeschwindigkeit in der 1. Eigenmode beim Unterbodenmodell mit optimaler Verteilung des Dämpfungsbelags sowie mit konstanter Verteilung des Dämpfungsbelags	81
5.10	Aktive Strukturintensität in der 1. Eigenmode beim Unterbodenmodell mit optimaler Verteilung des Dämpfungsbelags sowie mit konstanter Verteilung des Dämpfungsbelags	82

Tabellenverzeichnis

3.1	Frequenzeinstellungen der Voruntersuchungen	36
3.2	Einfluss der Diskretisierung auf die (1,3)-Mode der Platte	41
3.3	Gegenüberstellung der analytisch und numerisch berechneten Eigenmoden für die Elementtypen S4 und S4R	42
3.4	Übersicht der relevanten Größen der Abstands- und Elementgrößenvariation .	46
3.5	Vergleich der Verbindungsart-Varianten zwischen Platte und Dämpfungsbelag .	50
3.6	Ergebnisse der Frequenzstützstellen-Variation	51
5.1	Einstellungen für das Adaptiven Antwortflächenverfahren (AAFV) und die Evolutionstrategie (ES)	71
5.2	Konvergiertes und optimales Ergebnis des Adaptiven Antwortflächenverfahrens	73
5.3	Optimales Ergebnis der Evolutionstrategie	75
5.4	Vergleich der Optimierungsergebnisse mit den Ergebnissen der Vergleichsmo- delle im Frequenzbereich 40 Hz - 191 Hz	76
5.5	Anteile der verschiedenen Bereiche zur dissipierten bzw. eingeleiteten Energie	77

Nomenklatur

Griechische Buchstaben

β	Biegewinkel
χ_i	Kontraktionsrate
$\Delta \vec{x}^{(k)}$	Differenz der Designvariablen in Iterationsschritt k und $k + 1$
Δf	Schrittweite
Δt	Zeitdifferenz
ϵ	Dehnung
η	Verlustfaktor
η_S	Strukturdämpfung
λ_B	Biegewellenlänge
λ_j, γ_k	Lagrange-Multiplikatoren
ν	Querkontraktionszahl
$\dot{\phi}$	Winkelgeschwindigkeit
π_{diss}	dissipierte Energiedichte
π_{zu}	zugeführte Energiedichte
ρ	Dichte
σ	Normalspannung, Spannung
τ	Schubspannung
$\varphi(\Delta t)$	Relaxationsfunktion
ξ	Auslenkung

Lateinische Buchstaben

A	Fläche
\vec{A}_q	Mutationsfaktor des q -ten Individuums
a	Abstand
a, b	Intervallgrenzen
B	Biegesteifigkeit
B^*	Hilfsgröße
C_q	Chromosom des q -ten Individuums
c	Anzahl der Kinder
D_i	Konstanten
d_i	Materialdicken

E	Energie
E	Elastizitätsmodul
E_i	Realteil des Elastizitätsmoduls
e	Energiedichte
f_u	untere Frequenzgrenze
F, \vec{F}	Kraft, Kraftvektor
f_o	obere Frequenzgrenze
f	Frequenz
$f(\vec{x})$	Zielfunktion
G	Restriktion
G^O	oberer Restriktions-Grenzwert
G^U	unterer Restriktions-Grenzwert
$g_j(\vec{x})$	j-te Ungleichheitsrestriktion
H	Hesse-Matrix
h	Schalendicke, Plattendicke
$h_i(\vec{x})$	i-te Gleichheitsrestriktion
\vec{I}	Luftschallintensität
\vec{I}_S	Strukturintensität
$\vec{I}_{S,a}$	aktive Strukturintensität
$\vec{I}_{S,r}$	reaktive Strukturintensität
$\vec{I}_{S'}$	Strukturintensität in Schalen
i, j, k, q	Laufvariablen
k	Iterationsschritt
l_E	Elementlänge
l_x	Plattenlänge
l_y	Plattenbreite
M	Anzahl an Stützstellen
M_i	Schnittmomente der Platte
m	Anzahl an Gleichheitsrestriktionen
m'	Massenbelegung
N	Anzahl an Regressionsparametern
N_i	Schnittkräfte der Platte(Membrankräfte)
$N_0(s)$	normalverteilte Zufallszahl mit Mittelwert 0 und Standardabweichung s
n	Anzahl an Designvariablen
\vec{n}	Normalenvektor

n_f	Schrittzahl
\vec{o}	Vektor der Objekt-Parameter
$\vec{o}_{mutiert}$	mutierter Vektor der Objekt-Parameter
P	Penalty-Funktion
P_{diss}	Dissipationsleistung, Verlustleistung
P_F	Leistung einer Kraft
P_{zu}	Eingangsleistung
p	Anzahl der Eltern
p	Druck
\vec{p}	Suchrichtung
Q	Anzahl der Individuen
Q_i	Schnittkräfte der Platte (Querkräfte)
q	Anzahl an Ungleichheitsrestriktionen
R	Riemann-Summe
r_i, \vec{r}	i-ter Regressionsparameter, Vektor der Regressionsparametern
S	Strecke
\mathbf{S}	mechanischer Spannungstensor
s	Standardabweichung
\vec{s}	Vektor der Strategie-Parameter
$\vec{s}_{mutiert}$	mutierter Vektor der Strategie-Parameter
T	gleichverteilte Zufallszahl
t	Zeit
t_r	Relaxationszeit
\vec{u}	Verschiebung
V	Volumen
\vec{v}	Schallschnelle, Schwinggeschwindigkeit
\vec{v}_F	Geschwindigkeit am Kraftangriffspunkt
W_T	reversible mechanische Energie bei Verbiegung
W_V	in Wärme umgesetzte Energie pro Flächeneinheit und Schwingungsperiode
X	Approximationsfehler
x, y	Koordinaten
x_i, \vec{x}	i-te Designvariablen, Vektor der Designvariablen
x_i^O	obere Grenze der i-ten Designvariable
x_i^U	untere Grenze der i-ten Designvariable
\vec{x}_{start}	Startvektor, erste Stützstelle

\vec{x}_*	zulässiger Vektor der Designvariablen
y_j, \vec{y}	j-te Zielfunktion, Vektor der Zielfunktionen
Z	Zerlegung eines Zahlenintervalls
Z_{kj}, \mathbf{Z}	kj-te Komponente der Basisfunktionen-Matrix, Matrix der Basisfunktionen
z_k, \vec{z}	i-te Komponente der Basisfunktion, Basisfunktion

Zeichen

$\langle \rangle$	zeitliche Mittelung
∇	Nabla-Operator
\mathbb{R}	Raum der reellen Zahlen
\tilde{x}	approximierte Größe x
\underline{x}	komplexe Größe x
\underline{x}^*	konjugiert komplexe Größe x

1 Einleitung

Die Einsatzfelder von Dämpfungsbelägen sind heutzutage zahlreich. Sie werden eingesetzt in den verschiedensten Branchen und Bereichen: im Maschinenbau beispielsweise in der Fahrzeugindustrie, dem Flugzeugbau oder aber auch im Anlagenbau, im Bauwesen unter anderem beim Wohnungsbau oder beim Brückenbau. Überall dort, wo Geräuschabstrahlungen unerwünscht sind und daher die Geräuschpegel vermindert werden sollen, ist die Verwendung von Dämpfungsbelägen eine Lösungsmöglichkeit.

Dämpfungsbeläge dissipieren dort, wo sie auf einer Struktur aufgebracht sind, Körperschallenergie. Der Körperschall ist der Schall, der sich in festen Strukturen ausbreitet. Die Kenntnis darüber wie und wo sich der Körperschall ausbreitet, ist daher ein Ansatzpunkt, Regionen einer Struktur zu bestimmen, die für eine Applikation eines Dämpfungsbelags sinnvoll sind. Der Fluss der Körperschallenergie von einer Quelle, also von einer Anregungsstelle hin zu einer Senke, beispielsweise einem Dämpfungsbelag, wird durch die Strukturintensität beschrieben. Mit ihr lässt sich ermitteln, wie viel Energie in einem Kontrollvolumen dissipiert wird. Aus diesem Grund soll in dieser Arbeit an Hand der Strukturintensität die optimale Dämpfungsverteilung für eine angeregte Schalenstruktur ermittelt werden.

Rechen- und Optimierungsmodell ist hierbei ein FE-Modell (Finite-Elemente-Modell). Um die geeigneten Parameter zur korrekten Modellerstellung zu wählen, sowie die Rechenmethode zu erproben, werden zunächst Voruntersuchungen an einer einfachen Modellgeometrie, einer Platte, durchgeführt. An dieser werden verschiedene Parameterstudien durchgeführt. Anschließend wird ein FE-Modell einer realen Struktur ausgewählt. Beim Erstellen des FE-Modells wird auf die Ergebnisse der Parameterstudien aufgebaut. Des Weiteren wird ein parametrisch beschriebener Dämpfungsbelag konstruiert und in das Modell eingefügt. Sowohl der gesamte Modellaufbau als auch die Berechnung der über den Dämpfungsbelag dissipierten Energie sowie der daraus abgeleiteten Zielgröße werden mittels Python als Quellcode für Abaqus beschrieben.

In einem nächsten Schritt werden geeignete Optimierungsalgorithmen sowie sinnvolle Optimierungsgrößen, wie Designvariablen und Restriktionen gewählt. Die anschließende Optimierung wird mit OptiY durchgeführt. Darauf folgt eine Darstellung und Interpretation der Optimierungsergebnisse sowie ein Vergleich der verwendeten Verfahren.

2 Theoretische Grundlagen

Zu Beginn der Arbeit werden die theoretischen Grundlagen, welche zum Verständnis der Arbeit nötig sind, erläutert. Hierbei wird zunächst ein Überblick über die Strukturoptimierung sowie eine ausführliche Beschreibung der verwendeten Verfahren gegeben. Des Weiteren wird der Begriff der Strukturintensität erläutert und mathematisch beschrieben. Darüber hinaus wird auf das Wirkprinzip von Dämpfungsbelägen eingegangen.

2.1 Strukturoptimierung

Die Optimierung ist eine Methode, die in den verschiedensten Bereichen von Menschen eingesetzt wird, um beispielsweise einen Zustand, einen Prozess, ein Verfahren oder auch ein Produkt zu verbessern. Das Ziel hierbei ist es, dem Optimum jeweils so nahe wie möglich zu kommen. HARZHEIM [12] beschreibt es treffend und sagt, dass es offenbar dem menschlichen Wesen entspricht, immer das Optimale anzustreben und das Bestmögliche herauszuholen.

Im Bereich der Entwicklung und Konstruktion mechanischer Strukturen ist die Optimierung heute ein wesentlicher Bestandteil, der unter dem Begriff Strukturoptimierung zusammengefasst wird. Die Basis einer Strukturoptimierung ist die gründliche Analyse dieser Ausgangsstruktur [22]. Wird eine simulationsgestützte Optimierung verwendet, so ist ein mathematisches Modell, welches das mechanische Verhalten beschreibt, eine notwendige Voraussetzung [12]. Diese Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit der simulationsgestützten Optimierung. Der typische Ablauf eines solchen Optimierungsprozesses ist in Abbildung 2.1 gezeigt.

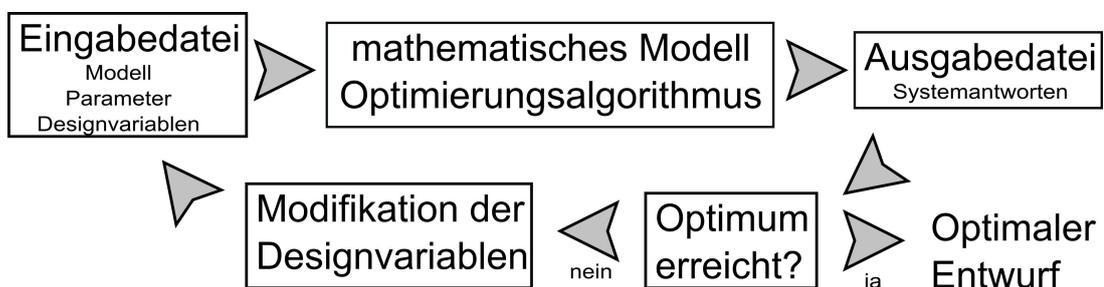


Abbildung 2.1: Typischer Ablauf eines simulationsgestützten Optimierungsprozesses

Auf der Eingabeseite steht das Modell des Entwurfs mit seinen Parametern sowie den definierten Designvariablen. Parameter sind feste Werte, wohingegen Designvariablen in einem bestimmten Bereich zu variierende Kennwerte sind. Vor Beginn einer Optimierung ist zudem

die Definition der gewünschten Ziele in Form einer oder mehrerer Zielfunktionen nötig. Nach Durchlaufen des Optimierungsalgorithmus werden die Strukturantworten, die vom Nutzer gewählt wurden, in der Ausgabedatei gespeichert. Diese Schleife wird solange durchlaufen, bis das Optimum erreicht ist.

Die Verwendung computergestützter Optimierungsalgorithmen hat den Vorteil, dass sie im Gegensatz zur manuellen Durchführung wesentlich effektiver sind. Es können dadurch unter Umständen auch Lösungen erreicht werden, die von Hand nicht erzielbar sind [22]. Dennoch ist, wie in [12] aufgezeigt wird, die Rolle des Ingenieurs nicht zu vernachlässigen. Ihm obliegt die Aufgabe das Optimierungsproblem korrekt zu formulieren und die Ergebnisse, also die Strukturantworten, auf ihre Richtigkeit zu überprüfen. Die Wahl der Designvariablen sowie das aufgestellte Simulationsmodell sind ausschlaggebend für die Genauigkeit der Ergebnisse.

2.1.1 Optimierungstypen

Optimierungsprobleme mechanischer Strukturen lassen sich in verschiedene Kategorien unterteilen. In [22] wird eine Klassifizierung nach Art der Designvariablen vorgenommen. Eine weitere Möglichkeit ist nach HARZHEIM [12] die Unterscheidung zwischen den verschiedenen Anwendungsbereichen. Diese gliedern sich auf in die Dimensionierung, auch Sizing genannt, die Formoptimierung und die Topologieoptimierung.

Die Dimensionierung ist die einfachste Form der Optimierung. Hierbei werden ausschließlich die Zahlenwerte der ausgewählten Designvariablen verändert. Die grundlegende Form einer Struktur bleibt somit bestehen. Klassische Beispiele für die Dimensionierung sind die Variation der Wandstärken oder der Querschnittsgrößen von Bauteilen.

Die Formoptimierung bezieht sich, wie es dem Namen zu entnehmen ist, auf die Änderung der Gestalt eines Bauteils. Die Topologie bleibt hierbei unverändert. Dem Optimierungsprogramm müssen Formvariationen übergeben werden. Die Erstellung dieser Formvariationen ist ein wichtiger und anspruchsvoller Aspekt der Formoptimierung. Nach HARZHEIM [12] ist eines der Hauptanwendungsfelder der Formoptimierung die Erhöhung der Bauteillebensdauer durch eine Optimierung der Spannungsverteilung im Bauteil. Denn oftmals entspricht die spannungsoptimale Struktur nicht der Bauteilform, die vom Anwender erwartet wird. Um Formvariationen zu erstellen, kann auf verschiedene Möglichkeiten zurückgegriffen werden. In vielen Fällen liegt die zu optimierende Struktur als CAD-Modell vor, weshalb sich eine CAD-basierte Formoptimierung anbietet. Dabei entsprechen die Designvariablen Parametern des CAD-Modells. Werden die Designvariablen geändert, werden die

CAD-Parameter aktualisiert. Anschließend wird das CAD-Modell auf den neuen Stand gebracht und automatisch neu vernetzt. Die Neuvernetzung kann allerdings bei komplizierten Geometrien versagen. Als Alternative kann die Bauteilform mit Hilfe eines FEM-Netzes (Finite Elemente Methode) beschrieben werden [12]. Eine nahe liegende Strategie ist, dass die Designvariablen hierbei den Koordinaten der Netzknoten entsprechen. In der Praxis ist dieses Vorgehen nach SCHUMACHER [22] und HARZHEIM [12] aber unbrauchbar, da so „gezackte“ Ränder und starke Netzverzerrungen entstehen können. Diese Netzverzerrungen ihrerseits führen zu Diskretisierungsfehlern, welche die Strukturantworten verfälschen. Die Nutzung von so genannten Verschiebungsfeldern bietet eine bessere Möglichkeit. Damit lassen sich glatte und gleichmäßige Formvariationen mit geringer Netzverzerrung erzeugen. Ermöglicht wird dies durch die Verwendung mathematischer Funktionen, den sogenannten Formbasisvektoren. Eine spezielle Variante der Verwendung von Formbasisvektoren ist die Sickenoptimierung. Hierbei werden mit Hilfe der Formbasisvektoren Schalenelemente eines Blechs senkrecht zur Blechebene verschoben, sodass Sicken entstehen, welche je nach gewählter Zielfunktion die gewünschte Steifigkeit in die Struktur bringen oder die Eigenfrequenzen in gewünschter Weise verschieben. HARZHEIM [12] beschreibt als dritte Möglichkeit der Formoptimierung, bei der die Bauteilform ebenfalls mit Hilfe eines FEM-Netzes beschrieben wird, das CAO (Computer Aided Optimization)-Verfahren. Dieses Verfahren basiert auf Optimalitätskriterien und verwendet Wachstumsstrategien. Diese stehen in Analogie zu Wachstumsregeln in der Natur, zum Beispiel den Wachstum von Bäumen, Knochen und anderen biologischen Strukturen. Mit diesem Verfahren werden durch Hinzufügen oder Entfernen von Material Spannungen an der Bauteiloberfläche abgebaut und insgesamt eine Homogenisierung der Spannung erreicht.

Im dritten Anwendungsbereich, der Topologieoptimierung, wird nicht nur die Form eines Bauteils verändert, sondern es wird auch die Lage und Anordnung von Strukturelementen variiert. Dadurch wird beispielsweise das Einbringen von Löchern in die Struktur ermöglicht. Als Designvariable werden bei der Topologieoptimierung Materialparameter wie die Dichte, das E-Modul oder eine Kombination beider gewählt. Bei der Verwendung der normierten Dichte als Designvariable würde beispielsweise eine „0“ einem Loch entsprechen und eine „1“ dem Vollmaterial. Diese Löcher entstehen während der Optimierung nicht tatsächlich im Modell, sondern werden nur simuliert. Dies hat den Vorteile gegenüber der Dimensionierung und der Formoptimierung, dass sich die Modellform während der Optimierung nicht verändert und somit Neuvernetzungen und die damit verbundenen, möglichen Probleme ausbleiben. Eine neu auftretende Problematik hierbei ist die Interpretation des Simulationsergebnisses, da auch alle beliebigen Zwischenwerte zwischen 0 und 1 auftreten

können. Der Anwender erhält somit als Lösung lediglich einen Designvorschlag [12]. Die beschriebene Vorgehensweise entspricht nach HARZHEIM [12] der mathematischen Topologieoptimierung, da hier wie gewohnt das mathematische Optimierungsproblem hinsichtlich der gewünschten Zielfunktion unter Berücksichtigung aller Restriktionen gelöst wird. Des Weiteren gibt es noch die empirische Topologieoptimierung, die stattdessen empirische Iterationsvorschriften nutzt.

Die drei verschiedenen Anwendungsbereiche der Strukturoptimierung sind in Abbildung 2.2 veranschaulicht.

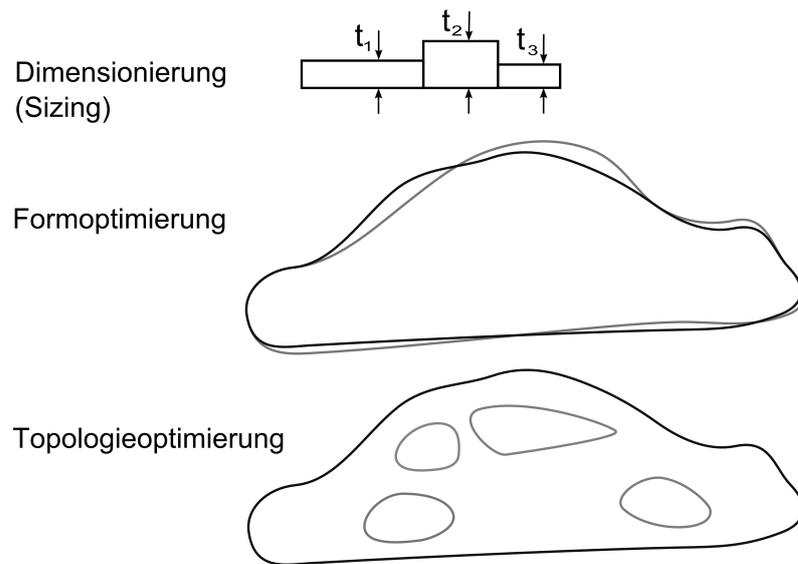


Abbildung 2.2: Anwendungsbereiche in der Strukturoptimierung (Quelle: [12])

2.1.2 Optimierungsaufgabe

Die mathematische Beschreibung der Optimierungsaufgabe, wie sie als Ablauf in Abbildung 2.1 zu sehen ist, wird nun näher beschrieben.

Ein Optimierungsproblem lautet in der Regel:

$$\min f(\vec{x}),$$

sodass

$$\begin{aligned} g_j(\vec{x}) &\leq 0; & j &= 1, m \\ h_k(\vec{x}) &= 0; & k &= 1, q \\ x_i^U &\leq x_i \leq x_i^O; & i &= 1, n. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dabei entspricht $f(\vec{x})$ der zu minimierenden Zielfunktion, $g_j(\vec{x})$ den Ungleichheitsrestriktionen, $h_k(\vec{x})$ den Gleichheitsrestriktionen und x_i^U sowie x_i^O den unteren und oberen Be-

grenzungen der Designvariablen x_i . Zur Vereinfachung werden im Folgenden alle Designvariablen x_i zum Vektor \vec{x} zusammengefasst.

Während der Optimierung sucht der Optimierer die Werte für die Designvariablen, bei denen die Zielfunktion unter Einhaltung aller Restriktionen minimal wird. Der Wertebereich, in dem alle Restriktionen erfüllt sind, heißt zulässiger Bereich. In der Regel startet eine Optimierung für einen festgelegten Satz an Designvariablen. Für diese Designvariablen werden sowohl der Wert der Zielfunktion als auch die Werte der Restriktionen berechnet. Anschließend wird ein neuer Satz an Designvariablen festgelegt, für den ebenfalls die Funktionsergebnisse berechnet und anschließend mit den vorherigen verglichen werden. Die Art und Weise wie ein neuer Satz Designvariablen gewählt wird, hängt zum einem davon ab, ob der vorhergehende Satz Designvariablen eine Lösung im unzulässigen oder zulässigen Bereich geliefert hat, und zum anderen welches Optimierungsverfahren verwendet wird. In jedem neuen Optimierungsschritt, auch Iteration genannt, muss also der Faktor $\Delta\vec{x}^{(k)}$, um den sich die Designvariablen von Iterationsschritt k zum neuen Iterationsschritt $k + 1$ ändern, bestimmt werden:

$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} + \Delta\vec{x}^{(k)}. \quad (2.2)$$

Wird der gesamte Lösungsraum eines Optimierungsproblems betrachtet, so ist es oft der Fall, dass es mehrere Minima gibt. Dabei müssen lokale Minima vom globalen Minimum unterschieden werden. Das globale Minimum ist das absolute Minimum bezogen auf den gesamten Lösungsraum. Lokale Minima sind ein Minimum bezogen auf den näheren Umkreis innerhalb des gesamten Lösungsraums. Zur Veranschaulichung dieses Zusammenhangs wird in [12] der Vergleich des Lösungsraums bei zwei Designvariablen mit einer Gebirgslandschaft gezogen. Das globale Minimum entspricht dem tiefsten Punkt in der gesamten Landschaft; die lokalen Minima sind hingegen vergleichbar mit Seitentälern. Findet der Optimierer ein Minimum, ist in der Regel nicht ersichtlich, ob es ein globales oder lokales Minimum ist [22]. Daher gibt es zum einen Optimierungsverfahren, die Zufallskomponenten in die Wahl der neuen Designvariablen hineinbringen, um so zum Beispiel von einem „Tal“ ins nächste zu gelangen [12]. Zum anderen existieren Verfahren, welche die Optimierung an verschiedenen Punkten im Lösungsraum starten, um dadurch die Wahrscheinlichkeit das globale Optimum zu finden erhöhen [22]. Aus mathematischer Sicht besitzt ein Optimierungsproblem lediglich ein globales Minimum, wenn sowohl die Zielfunktion als auch der zulässige Bereich (Menge) konvex sind. Eine konvexe Funktion ist gegeben durch:

$$f(\Theta \cdot \vec{x}_A + (1 - \Theta) \cdot \vec{x}_B) \leq \Theta \cdot f(\vec{x}_A) + (1 - \Theta) \cdot f(\vec{x}_B) \quad (2.3)$$

für alle

$$\vec{x}_A, \vec{x}_B \in [\vec{x}^U, \vec{x}^O] \text{ und } \Theta \in [0, 1]$$

Eine konvexe Menge M ist gegeben durch:

$$\vec{y} = \Theta \cdot \vec{x}_A + (1 - \Theta) \cdot \vec{x}_B \in M \tag{2.4}$$

für alle

$$\vec{x}_A, \vec{x}_B \in M \text{ und } \Theta \in [0, 1]$$

Die Konvexität einer Funktion wird in Abbildung 2.3 veranschaulicht, wobei links eine konvexe Funktion und in der Mitte sowie rechts eine nicht konvexe Funktion gezeigt sind. Die rechte Funktion zeigt, dass es auch Fälle gibt, in denen nicht konvexe Funktionen lediglich ein globales Minimum besitzen.

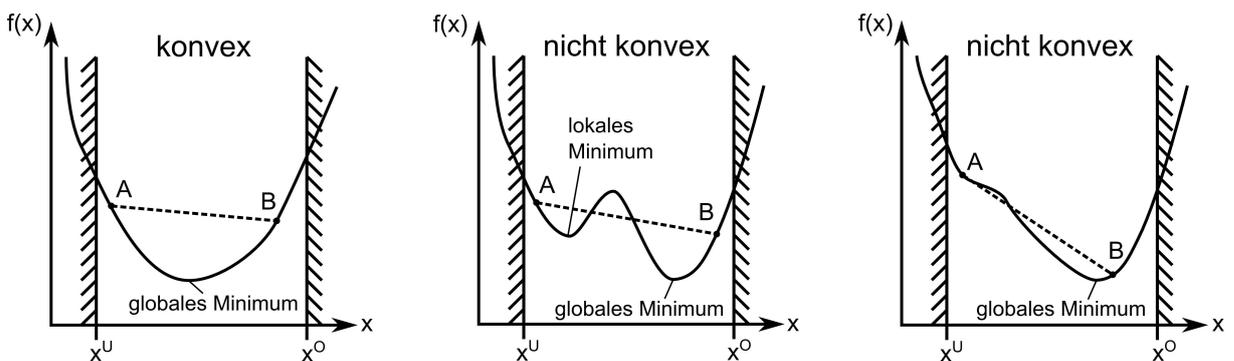


Abbildung 2.3: Veranschaulichung der Konvexität einer Funktion (nach Quelle [12])

Die Konvexität der Menge ist in Abbildung 2.4 gezeigt, wobei links eine konvexe Menge und rechts eine nicht konvexe Menge zu sehen sind.

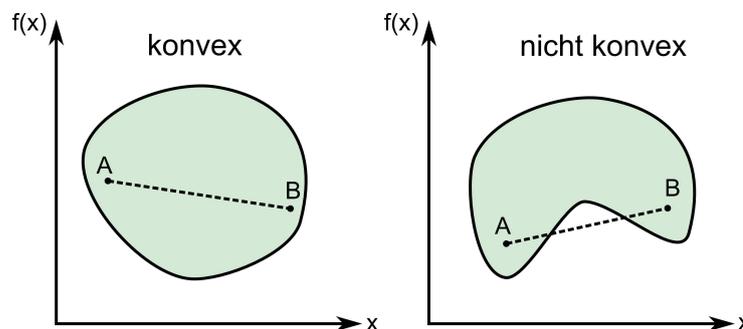


Abbildung 2.4: Veranschaulichung der Konvexität einer Menge (nach Quelle [12])

Diese mathematische Grundlage hilft dem Anwender in der Regel auch nicht zur Absicherung, ob das gefundene Optimum das globale Minimum ist, da meist nicht bekannt ist, ob die Zielfunktion und/oder der zulässige Bereich konvex sind.

Unabhängig von der Art des Minimums gibt es verschiedene Bedingungen, die erfüllt sein müssen, wenn ein Minimum einer Funktion erreicht ist. So muss notwendiger Weise die erste Ableitung im Minimum Null sein. Als zweite, hinreichende Bedingung gilt, dass die zweite Ableitung größer Null sein muss. Bei mehreren Designvariablen müssen diese Bedingungen im Minimum für alle n Designvariablen erfüllt sein. Demnach muss zum einen der Gradient der Zielfunktion dem Nullvektor entsprechen:

$$\vec{\nabla} f(\vec{x}_*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1}(\vec{x}_*) \\ \frac{\partial f}{\partial x_2}(\vec{x}_*) \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n}(\vec{x}_*) \end{bmatrix} = \vec{0}, \quad (2.5)$$

darin bezeichnet \vec{x}_* eine Lösung des Optimierungsproblems, also ein Minimum. Zum anderen muss die Hesse-Matrix \mathbf{H} positiv definit sein:

$$\mathbf{H}(\vec{x}_*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(\vec{x}_*) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(\vec{x}_*) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(\vec{x}_*) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}(\vec{x}_*) \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Beide Bedingungen gelten allerdings nur für Optimierungsprobleme ohne Restriktionen, da sie nur die Zielfunktion betrachten. Bei der Verwendung von Restriktionen müssen die Bedingungen, die sich an ein zulässiges Minimum stellen, erweitert werden. Diese heißen auch Kuhn-Tucker-Bedingungen, benannt nach den Autoren, die diese erstmals veröffentlichten. Wenn \vec{x}_* eine Lösung des Optimierungsproblems unter Beachtung aller Restriktionen ist und die Gradienten aller aktiven Restriktionen ($g_j(\vec{x}) = 0$; $h_k(\vec{x}) = 0$) in \vec{x}_* linear unabhängig sind, dann gilt im Optimum:

1. \vec{x}_* ist zulässig, (2.7)

2. $\lambda_j g_j(\vec{x}_*) = 0$, (2.8)

3. $\vec{\nabla} f(\vec{x}_*) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \vec{\nabla} g_j(\vec{x}_*) + \sum_{k=1}^q \gamma_k \vec{\nabla} h_k(\vec{x}_*) = \vec{0}$; für $\lambda_j \geq 0$; $\gamma_k \in \mathbb{R}$, (2.9)

wobei λ_j und γ_k Lagrange-Multiplikatoren genannt werden. Die erste Bedingung stellt sicher, dass die Lösung überhaupt zulässig ist, dass also keine Restriktionen verletzt sind. Die zweite Bedingung sorgt dafür, dass in der dritten Bedingung nur die aktiven Ungleichheitsrestriktionen Beachtung finden. Die dritte Bedingung stellt die eigentliche Bedingung für

das Optimum dar. Sie besagt, dass sich die Gradienten von Zielfunktion und aktiven Restriktionen in Summe gegenseitig aufheben, weshalb es keine Richtung $\vec{p}^{(k+1)}$ im Lösungsraum mehr gibt, in der das Ergebnis besser werden kann. In die Richtung des negativen Gradienten der Zielfunktion $-\vec{\nabla}f(\vec{x}^{(k)})$ können Lösungen gefunden werden, welche die Zielfunktion minimieren (brauchbarer Bereich). Die negativen Gradienten der aktiven Restriktionen $-\vec{\nabla}g_i(\vec{x}_i^{(k)})$ geben an, in welcher Richtung Lösungen liegen, welche die Restriktionen nicht verletzen (zulässiger Bereich). Sobald es keine Überschneidung des brauchbaren und des zulässigen Bereichs mehr gibt, tritt die dritte Kuhn-Tucker-Bedingung in Kraft und ein Optimum ist erreicht [12]. Die dritte Kuhn-Tucker-Bedingung wird an Hand des brauchbaren und zulässigen Bereichs in Abbildung 2.5 veranschaulicht.

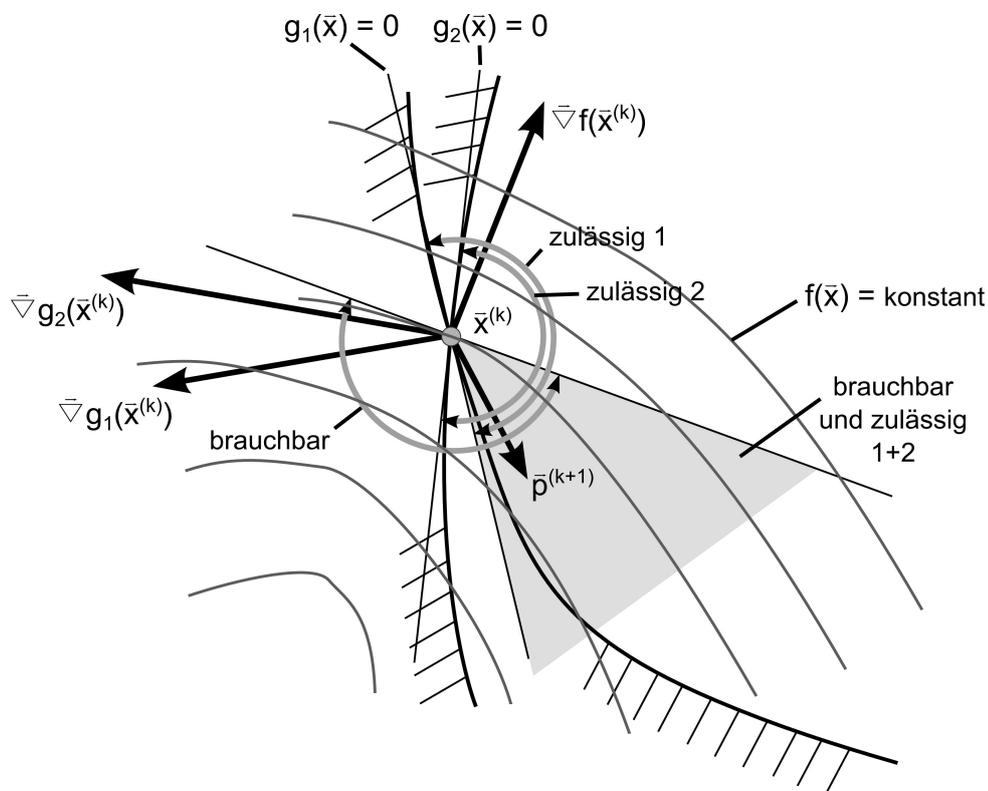


Abbildung 2.5: Veranschaulichung der dritten Kuhn-Tucker-Bedingung (nach Quelle [12])

2.1.3 Optimierungsalgorithmen

In diesem Abschnitt soll aufgezeigt werden, welche Möglichkeiten es bei der Wahl eines Optimierungsalgorithmus gibt. Damit hierbei die Übersicht erhalten bleibt ist eine Einteilung der vorhandenen Verfahren nach verschiedenen Gesichtspunkten nötig. Denn eine einheitliche Unterteilung aller Optimierungsalgorithmen zu treffen, die es ermöglicht alle Verfahren klar in „Schubladen“ zu stecken, ist schwierig, wenn diese Unterteilung die Verfahren aus-

reichend genau charakterisieren soll. Das grundlegende Problem bei der Kategorisierung ist, dass es vielfältige Kriterien gibt, welche für eine solche Unterteilung herangezogen werden können. Hierbei treten zahlreiche Überschneidungen auf.

In einem ersten Schritt stellt sich die Frage, ob Restriktionen vorliegen und beachtet werden müssen. So gibt es Algorithmen, die mit Restriktionen umgehen können und welche, die es nicht können. Da in der Praxis allerdings meist Restriktionen vorliegen, sind die Algorithmen, die Restriktionen berücksichtigen, von größerer Bedeutung. Die grundlegenden Methoden unterscheiden sich nicht bei allen Verfahren, sodass mit Hilfe der einfachen Algorithmen ohne Restriktionen einige elementare Mechanismen, wie die Liniensuche im eindimensionalen Optimierungsfall oder allgemein Suchrichtungsmethoden im mehrdimensionalen Optimierungsfall, leichter erklärt werden können. Algorithmen, die Restriktionen berücksichtigen, können dies auf zwei Arten tun, direkt oder indirekt. Somit ist dies ein weiteres Unterteilungskriterium. Die direkten Methoden berücksichtigen die Restriktionen direkt im Algorithmus. So werden die Methoden der Liniensuche oder der Suchrichtungsmethoden ohne Restriktionen ganz normal angewendet. Es wird lediglich nach jedem Schritt zusätzlich überprüft, ob die Restriktionen verletzt sind oder nicht. Erst wenn Restriktionen aktiv sind, ändert sich entsprechend dem Verfahren die Suchrichtung, um wieder in den zulässigen Bereich zu kommen. Die indirekten Methoden hingegen lösen ein Ersatzproblem, das keine Restriktionen mehr enthält. So werden die eigentliche Zielfunktion und die Restriktionen zu einer Funktion, der Pseudozielfunktion, zusammengesetzt, die anschließend mit den Algorithmen ohne Restriktionen gelöst wird. In der Pseudozielfunktion werden die Restriktionen über einen Strafterm zur ursprünglichen Zielfunktion hinzu addiert. Hinsichtlich dieses Strafterms wird wiederum zwischen der externen und der internen Straffunktion unterschieden [12]. Zu den Suchrichtungsmethoden ohne Berücksichtigung von Restriktionen gehören nach HARZHEIM [12] die Methode nach Powell, die Methode des steilsten Abstiegs, die Methode der konjugierten Suchrichtungen, die Methode der konjugierten Gradienten und die Quasi-Newton-Methode. Beispiele für direkte Methoden sind die Zoutendijks Methode der zulässigen Richtungen und die generalisierte Methode der reduzierten Gradienten. Der bekannteste Vertreter der indirekten Methode ist das Aufstellen und Lösen der Lagrange-Funktion mittels Primaler oder Dualer Methode. Für eine mathematische Beschreibung der genannten Algorithmen sei auf Quelle [12] verwiesen.

Der bisherige Unterteilungsversuch deckt in keiner Weise den gesamten Bereich der Optimierungsalgorithmen ab. Die bisher genannten Verfahren werden oft unter dem Begriff der Suchrichtungsmethoden zusammenfassen, da sie alle gemäß Gleichung 2.2 versuchen an

Hand einer festgelegten Suchrichtung von einem Startpunkt im Lösungsraum ausgehend, zu einem Minimum zu steuern. Dies beschreibt ganz allgemein ein iteratives Vorgehen, das allen Optimierungsalgorithmen zu Grunde liegt. Bei einem weiteren Ansatz zur Unterteilung wird zwischen gradientenbasierten und gradientenfreien Algorithmen unterschieden. Gradientenbasierte Verfahren verwenden zum Auffinden des Minimums die Gradienten von Zielfunktion und je nach Verfahren auch die Gradienten der Restriktionen bezüglich der Designvariablen. Somit fallen fast alle genannten Verfahren der Suchrichtungsmethoden, mit Ausnahme der Methode nach Powell und des noch nicht genannten Hooke-Jeeves-Verfahrens, in die Kategorie der gradientenbasierten Verfahren. Aber auch viele weitere Verfahren sind gradientenbasiert. Bei der Verwendung eines Gradientenverfahrens sind, wie erwähnt, die Gradienten, welche auch als Sensitivitäten bezeichnet werden, erforderlich. Die Bestimmung dieser wird Sensitivitätsanalyse genannt und ist nach HARZHEIM [12] sehr rechenzeitintensiv. Deswegen ist eine Vielzahl an Verfahren entstanden, welche die Rechenzeit dadurch verkürzen, dass sie das Optimierungsproblem approximieren und anschließend die Ersatzprobleme lösen. Diese Verfahren zählen unter anderem zu den so genannten Approximationsverfahren. Dabei wiederum wird unterschieden, ob die gebildete Approximation für den gesamten Designraum gültig ist (globale Approximation), oder ob die Approximation nur in der näheren Umgebung des Entwicklungspunktes ausreichend genau ist (lokale Approximation). Zu den lokalen Approximationsverfahren, die ebenfalls zu den gradientenbasierten Verfahren gehören, zählen die Sequentielle Lineare Programmierung (SLP), die Sequentielle Quadratische Programmierung (SQP), die konvexe Linearisierung (CONLIN) und die Method of Moving Asymptotes (MMA). Zu den globalen Approximationsverfahren gehört unter anderem das adaptive Antwortflächenverfahren. Die Funktionsweise dieses Verfahrens wird in Kapitel 2.1.5 ausführlich erklärt. Bei der Unterteilung nach Approximationsverfahren und gradientenbasierten Verfahren liegt eine Überschneidung der Kategorien vor. So zählen viele Verfahren zu beiden Verfahrensgruppen, aber keine der Verfahrensgruppen ist vollständig in der jeweils anderen enthalten.

Zu den gradientenfreien Verfahren gehört das Nelder-Mead-Simplexverfahren, aber auch ein Großteil der stochastischen Verfahren. Stochastische Verfahren im Allgemeinen zeichnen sich dadurch aus, dass sie eine Zufallskomponente besitzen. Die Zufallskomponente hat den Vorteil, dass sie die Wahrscheinlichkeit erhöht, mit dem Verfahren das globale Optimum zu finden. Denn an Hand der Zufallskomponente kann das Verfahren auch aus einem lokalen Minimum wieder herausfinden. Diese Verfahren werden daher auch globale Optimierungsverfahren genannt und grenzen sich dementsprechend von den bisher genannten lokalen Optimierungsverfahren ab. Zu den gradientenfreien, stochastischen Verfahren

gehören die Evolutionären Algorithmen, die sich in Evolutionsstrategien und die genetischen Algorithmen aufteilen, die Optimierung mit Teilchenschwärmen und das Simulated Annealing [12]. Diese Verfahren übertragen Mechanismen der Natur auf die Mathematik; sei es die Fortpflanzung von Lebewesen (Evolution) bei den Evolutionären Algorithmen, das Schwarmverhalten von Vögeln bei der genannten Optimierung mit Teilchenschwärmen oder der Kristallisationsprozess einer Schmelze beim Simulated Annealing. Auf die genauere Funktionsweise der Evolutionsstrategien wird in Kapitel 2.1.5 eingegangen. Als letztes sei noch der EGO-Algorithmus (Efficient Global Optimization) erwähnt, welcher ebenfalls ein globales Optimierungsverfahren ist, das aber nicht stochastisch ist, sondern nach HARZHEIM [12] mit statistischen Werten arbeitet.

Der Begriff *Hybride Verfahren* tritt immer häufiger im Rahmen von Optimierungsalgorithmen aus. Dieser bezieht sich auf Verfahren, die verschiedene Strategien miteinander kombinieren, wie zum Beispiel Evolutionsstrategien mit Gradientenverfahren.

2.1.4 Programmsysteme zur Optimierung

Im Mittelpunkt der simulationsgestützten Optimierung steht in der Regel ein FEM-Programm. Wie in Abschnitt 2.1 bereits beschrieben, wird hierbei ein mathematisches Modell des Optimierungsproblems benötigt. Dieses wird in jeder Iteration der Optimierung im FEM-Programm gelöst. Damit das Programm alle nötigen Informationen für die Berechnung besitzt, muss das Optimierungsproblem sowohl auf der Eingabe- als auch auf der Ausgabeseite des Programms definiert werden. Dies kann mittels der graphischen Benutzeroberfläche des FEM-Programms durch einen Pre-Prozessor gemacht werden, der alle Daten automatisch in eine ASCII-lesbare Datei schreibt oder der Anwender definiert das Optimierungsproblem selbst über einen Editor im ASCII-Format [12], [22]. In den meisten Anwendungsfällen, wie auch in dieser Arbeit, wird auf die zweite Methode, der Problemdefinition mittels Editor, zurückgegriffen. Diese erleichtert es dem Anwender, Änderungen zu machen oder die Datei auf Fehler zu untersuchen. An Hand der Eingabedatei löst der Solver des FEM-Programms anschließend das gestellte Problem und schreibt alle angeforderten Ergebnisse, die Strukturantworten, in die Ausgabedatei. Hieran knüpft nun der Optimierer an. Nach HARZHEIM [12] können die Optimierungsalgorithmen im FEM-Programm integriert sein, oder es werden FEM-Programme in Kombination mit externen Optimierern verwendet. Zu den FEM-Programmen mit internen Optimierungsalgorithmen zählen danach ANSYS, MSC/Nastran, OptiStruct und Pro/Mechanica. Eigenständige, also externe Optimierungsprogramme sind HyperStudy, iSight, LS-Opt, OPTIMUS, OptiSLang und OptiY.

Im Rahmen dieser Arbeit wird Abaqus/CAE mit dem Solver Abaqus/Standard als FEM-Programm verwendet, das an den externen Optimierer OptiY gekoppelt wird. Die Eingabedatei wird mittels Editor in der Skriptsprache Python erstellt und die Ausgabedatei ist eine einfache Textdatei. Eingabe- und Ausgabedatei können in OptiY geladen werden. Anschließend können Variablen in beiden Dateien mit denen für die Optimierung nötigen Größen (Entwurfsvariablen, Restriktionen, Zielfunktion, etc.) verknüpft werden.

2.1.5 Das Optimierungswerkzeug OptiY

OptiY bietet nach Herstellerangabe verschiedene Optimierungsalgorithmen und -strategien, mit denen unter anderem Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen, Robustheitsbewertungen, Zuverlässigkeitsanalysen, Lebensdauerberechnungen und Meta-Modellierungen durchgeführt werden können. Implementierte Optimierungsverfahren sind laut Hersteller:

- Hierarchische Optimierung
- Gewichtete Optimierung
- Strafverfahren
- Hooke-Jeeves
- Rastersuche
- Adaptive Response Surface
- Evolutionsstrategien
- Pareto Strength Evolutionary Algorithm
- Optimierung mit Ersatzmodell

Das Adaptive Response Surface - Verfahren, zu deutsch Adaptives Antwortflächenverfahren, sowie die Evolutionsstrategien sind für die vorliegende Optimierungsaufgabe in dieser Arbeit die vielversprechensten Verfahren. Evolutionsstrategien eignen sich für eine große Bandbreite an Optimierungsproblemen, da sie keine speziellen Anforderungen an die Zielfunktion, wie beispielsweise Stetigkeit oder Glattheit, stellen. Auch erhöht der stochastische Faktor im Verfahren die Wahrscheinlichkeit das globale Optimum zu finden. Im Gegensatz dazu steht ein unter Umständen langsames Konvergenzverhalten. Den Erwartungen entsprechend ist das Adaptive Antwortflächenverfahren in diesem Punkt den Evolutionsstrategien überlegen und somit zeitlich sehr effizient. Aus diesen Gründen, genauer gesagt aus dieser Erwartungshaltung heraus, sollen beide Verfahren in dieser Arbeit angewendet werden. Beide werden im Folgenden bezüglich ihrer mathematischen Funktionsweise erläutert. Die Informationen hierzu stammen zum einen aus der Programmdokumentation [4], aus den Quellen [24] und [6] sowie dem direkten Herstellerkontakt.

Unabhängig vom verwendeten Verfahren ist in OptiY die Behandlung der Restriktionen, da diese vorab hinsichtlich ihrer Einhaltung überprüft werden. Der Anwender definiert in OptiY Restriktionen G jeweils durch einen unteren und einen oberen Grenzwert G^U bzw. G^O . Aus diesen Werten wird dann eine Penalty-Funktion P (Straffunktion) zusammengesetzt:

$$P = \begin{cases} \left(\frac{G-G^O}{G^O-G^U} \right)^2 & \text{für } G > G^O \\ \left(\frac{G^U-G}{G^O-G^U} \right)^2 & \text{für } G < G^U \\ 0 & \text{für } G^U \leq G \leq G^O \end{cases} . \quad (2.10)$$

In jedem Optimierungsschritt minimiert OptiY zunächst die Penalty-Funktion und stellt somit zuerst das Einhalten der Restriktionen sicher. Erst wenn $P = 0$ gilt, startet der eigentliche Optimierungsprozess, die Optimierung bezüglich der Zielfunktion.

Adaptives Antwortflächenverfahren

Das Adaptive Antwortflächenverfahren ist, wie in Kapitel 2.1.3 erwähnt, ein Suchrichtungsverfahren, das sowohl in die Kategorie der gradientenbasierten Verfahren als auch zu den globalen Approximationsverfahren gehört. Das *adaptiv* im Namen weist daraufhin, dass der Suchraum an Hand einer Move-Limit-Strategie schrittweise angepasst wird.

Beim implementierten Antwortflächenverfahren wird ein Meta-Modell zweiter Ordnung, auch Ersatzmodell genannt, erstellt und optimiert. Hierbei werden zunächst mittels des Latin Hypercube Samplings¹, einem Verfahren zum Generieren von Zufallszahlen, im gesamten Lösungsraum Stützstellen definiert. Für diese werden mit dem Original-Modell, dem FEM-Modell, die Werte der Zielfunktion berechnet. Anschließend wird zwischen den Stützstellen eine Antwortfläche interpoliert. An Hand des Optimums der entstandenen Antwortfläche werden neue Stützstellen definiert. So nähert sich das Verfahren sukzessiv dem Optimum an. Die Interpolation der Antwortfläche ist hierbei eine glättende Interpolation. Dazu wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate angewendet. Bei dieser Methode wird der Approximationsfehler X , das Quadrat der Differenzen aus dem berechneten und dem approximierten Wert der Zielfunktion an jeder Stützstelle, minimiert.

Die mit einem Polynom zweiter Ordnung approximierte Zielfunktion lautet:

$$\tilde{y}(\vec{x}) = r_0 + \sum_{i=1}^n r_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j \geq i}^n r_{ij} x_i x_j. \quad (2.11)$$

¹ Eine genaue Beschreibung der Funktionsweise des Latin Hypercube Samplings befindet sich in Quelle [23].

Darin sind x_i und x_j die n Designvariablen und r_0 , r_i und r_{ij} sind die zu bestimmenden Polynomkoeffizienten. Eine andere, äquivalente Darstellung der Approximation ist:

$$\tilde{y}(\vec{x}) = \sum_{k=1}^N r_k z_k(\vec{x}) = \vec{r}^T \vec{z}(\vec{x}). \quad (2.12)$$

Hierin ist \vec{r}^T der Vektor der N Polynomkoeffizienten und $\vec{z}(\vec{x})$ die sogenannte Basisfunktion, die ebenfalls N Komponenten enthält, welche abhängig von den zur Stützstelle gehörigen Designvariablen x_i ist:

$$\vec{r}^T = (r_0, r_1, \dots, r_n, r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1n}, r_{22}, r_{23}, \dots, r_{2n}, \dots, r_{nn}), \quad (2.13)$$

$$\vec{z}(\vec{x}) = (1, x_1, x_2, \dots, x_n, x_1^2, x_1 x_2, \dots, x_1 x_n, x_2^2, x_2 x_3, \dots, x_2 x_n, \dots, x_n^2). \quad (2.14)$$

Nach Einsetzen der Gleichungen 2.13 und 2.14 in Gleichung 2.12 und anschließendem Ausmultiplizieren geht Gleichung 2.12 augenscheinlich wieder in Gleichung 2.11 über. Da in [12] eine glättende Interpolation mit Gleichung 2.12 als Approximationsfunktion auch mit Regression bezeichnet wird, heißen die Polynomkoeffizienten auch Regressionsparameter. Der zu minimierende Approximationsfehler X bei der glättenden Interpolation ist gegeben durch:

$$X = \sum_{j=1}^M (y_j - \tilde{y}_j)^2. \quad (2.15)$$

Dabei ist M die Anzahl der Stützstellen, mit denen die Antwortfläche erstellt wird. Dies bedeutet, dass M Designvariablen-Sets über das Latin Hypercube Sampling definiert werden, für die jeweils die Zielfunktionswerte y_j berechnet sowie die Zielfunktionswerte \tilde{y}_j approximiert werden. Durch Einsetzen von Gleichung 2.12 in Gleichung 2.15 ergibt sich als Berechnungsvorschrift für den Approximationsfehler:

$$X = \sum_{j=1}^M \left(y_j - \sum_{k=1}^N r_k z_{kj} \right)^2. \quad (2.16)$$

Z ist hierbei eine $N \times M$ -Matrix, die sich aus den M Basisfunktionen, jeweils eine pro Stützstelle, zusammensetzt. Im Fall der quadratischen Approximation, wie sie hier verwendet wird, entspricht $N = M$. Die Anzahl M benötigter Stützstellen und damit benötigter Simulationen zur Erstellung einer Antwortfläche beträgt in Abhängigkeit der Anzahl n der Designvariablen:

$$M = \frac{n^2 - n}{2} + 2 \cdot n + 1. \quad (2.17)$$

Wie bereits erwähnt, soll der Approximationsfehler minimiert werden. Das Minimum lässt sich bestimmen, indem alle partiellen Ableitungen des Approximationsfehlers nach den Regressionsparametern zu Null gesetzt werden:

$$\frac{\partial X}{\partial r_k} = 0. \quad (2.18)$$

Anschließend muss das entstandene lineare Gleichungssystem

$$\sum_{j=1}^M Z_{ji} y_j = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M Z_{ji} Z_{jk} r_k \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.19)$$

das in Matrizenform

$$\mathbf{Z}^T \vec{y} = \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \vec{r} \quad (2.20)$$

lautet, nach den Regressionsparametern aufgelöst werden, damit diese bestimmt werden können:

$$\vec{r} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \vec{y}. \quad (2.21)$$

Die erste Stützstelle zur Erstellung der ersten Antwortfläche liegt genau in der Mitte des Suchraums. Sie lautet:

$$\vec{x}_{start} = \begin{bmatrix} x_{1,start} \\ \vdots \\ x_{n,start} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad x_{i,start} = \frac{1}{2} (x_i^U - x_i^O). \quad (2.22)$$

Ist eine Antwortfläche erstellt, was einer durchgeführten Iteration k entspricht, so wird das Minimum $\vec{x}_*^{(k)}$ (Optimum) dieser ersten Approximation ($k = 1$) bestimmt. Dazu werden gemäß Gleichung 2.5 die partiellen Ableitungen der approximierten Zielfunktion \tilde{y} nach den Designvariablen x_i zu Null gesetzt:

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial x_i} = 0. \quad (2.23)$$

Zur Absicherung, dass auch ein Minimum und kein Maximum vorliegt, wird anschließend entsprechend der Gleichung 2.6 die Hesse-Matrix \mathbf{H}

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x_i^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x_n \partial x_i} & \cdots & \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

gebildet und überprüft, ob diese positiv definit ist. Da es sich bei dem gefundenen Optimum $\vec{x}_*^{(k)}$ in jedem Iterationsschritt um das Minimum der geglättet interpolierten Antwortfläche handelt, ist dieses als ein virtuelles Optimum zu betrachten. Denn eine geglättete Interpolation verläuft nicht unbedingt durch die exakten Datenpunkte. Dieses virtuelle Optimum konvergiert mit zunehmenden Iterationsschritten gegen das wahre Optimum.

In Abhängigkeit der Lage von $\vec{x}_*^{(k)}$ wird der neue Suchraum für die Iteration $k + 1$ gewählt, für den $\vec{x}_*^{(k)}$ als neue Mitte dient. Somit wird der Suchraum um den Abstand $\Delta\vec{x}^{(k)}$

$$\Delta\vec{x}^{(k)} = \vec{x}_{start}^{(k+1)} - \vec{x}_{start}^{(k)} = \vec{x}_*^{(k)} - \vec{x}_{start}^{(k)} \quad (2.25)$$

verschoben. Dabei kann es passieren, dass Teile des neuen Suchraums im unzulässigen Bereich liegen. Die neue Antwortfläche wird dennoch wie zuvor für diesen Suchraum gebildet. Tritt dabei der Fall ein, dass sich das neue Optimum auch im unzulässigen Bereich befindet, wird nach Herstellerangabe nicht dieser, sondern nur der minimale Punkt im zulässigen Bereich bestimmt und als Mittelpunkt des neuen Suchraums verwendet. Des Weiteren wird der Suchraum in seiner Größe um einen vom Abstand $\Delta\vec{x}^{(k)}$ abhängigen Faktor angepasst. Auf Nachfrage gab der Hersteller an, dass der Suchraum entweder halbiert oder verdoppelt wird, je nach Erfolg oder Verschlechterung. Allerdings ist weiterhin unklar, wie die abstandsbezogene Vorschrift zur Ermittlung des Erfolgs oder der Verschlechterung aussieht. Eine Möglichkeit, wie der neue Suchbereich festgelegt wird, ist in Quelle [12] beschrieben. Die Berechnungsvorschrift lautet:

$$x_i^{U,(k)} = x_{i,*}^{(k)} - 0,5\vartheta_i^{(k)}, \quad (2.26)$$

$$x_i^{O,(k)} = x_{i,*}^{(k)} + 0,5\vartheta_i^{(k)} \quad (2.27)$$

mit

$$\vartheta_i^{(k)} = \chi_i^{(k)}\vartheta_i^{(k-1)}. \quad (2.28)$$

Darin ist $\chi_i^{(k)}$ die sogenannte Kontraktionsrate. Danach wird im Extremfall, dass der Abstand Null ergibt, $\vec{x}_*^{(k)}$ also bereits in der Mitte des Suchraums liegt, der neue Suchraum nur verkleinert ($\chi_i^{(k)} = 1$). Im zweiten Extremfall, in dem $\vec{x}_*^{(k)}$ genau am Rande des Suchraums liegt, wird der neue Suchraum nur verschoben und nicht verkleinert. In den dazwischenliegenden Fällen erfolgt eine lineare Interpolation der Kontraktionsrate. Für die genauere mathematische Beschreibung sei auf die genannte Quelle [12] verwiesen.

Der Anwender kann über Einstellungen bestimmen, ob so viele Iterationen durchgeführt werden, bis das Verfahren konvergiert oder ob nach einer bestimmten Anzahl an Iterationen abgebrochen werden soll. Nach Herstellerangaben ist das adaptive Antwortflächenverfahren für glatte, stetige Zielfunktionen bis zu einer Variablenanzahl kleiner 20 effektiv. Denn, wie in diesem Kapitel beschrieben, ist für die Erstellung einer Antwortfläche, was einer vollständigen Iteration entspricht, eine entsprechend Gleichung 2.17 wesentlich höhere Anzahl an Simulationen nötig.

Die in OptiY implementierten Evolutionstrategien entsprechen denen, die in den 60er Jahren an der technischen Universität Berlin von Ingo Rechenberg und Hans Peter Schwefel entwickelt wurden. Wie in Abschnitt 2.1.3 bereits beschrieben, sind die Evolutionstrategien globale, stochastische Verfahren, die Mechanismen der Fortpflanzung von Lebewesen in der Natur auf die Mathematik übertragen. In der Natur passen sich Populationen von Lebewesen im Laufe der Zeit ihrer Umgebung perfekt an, indem sich nur die besten Individuen nach dem Motto *Survival of the Fittest* fortpflanzen. Dabei geben die Eltern ihre guten Gene an ihre Kinder weiter, nachdem diese vorher mutiert und eventuell auch rekombiniert wurden.

Bei der Evolutionstrategie in OptiY wird jedes einzelne der Q Individuen durch sein Chromosom \mathbf{C}_q beschrieben. Das Chromosom eines Individuums besteht aus zwei reellen Vektoren. Der erste Vektor \vec{o}_q enthält die Objekt-Parameter. Diese sind die Designvariablen des Optimierungsproblems. Vielfach werden die Objektparameter auch als Gene bezeichnet. Der zweite Vektor \vec{s}_q enthält die sogenannten Strategie-Parameter. Diese werden zur Mutation der Objekt-Parameter benötigt. Für ein Individuum gilt somit:

$$\mathbf{C}_q = (\vec{o}_q, \vec{s}_q), \quad (2.29)$$

mit

$$\vec{o}_q = (x_{q,1}, x_{q,2}, \dots, x_{q,n}), \quad (2.30)$$

$$\vec{s}_q = (s_{q,1}, s_{q,2}, \dots, s_{q,n}). \quad (2.31)$$

Bei der Fortpflanzung der Individuen werden ihre Chromosomen unabhängig vom gewählten Verfahren mutiert. Dies betrifft beide Teile des Chromosoms. Bei der Mutation der Objekt-Parameter werden zu den Designvariablen $x_{q,i}$ komponentenweise normalverteilte Zufallszahlen addiert. Die dabei verwendete Normalverteilung besitzt den Mittelwert 0. Die Standardabweichung entspricht der zugehörigen Komponente im Vektor der Strategie-Parameter $s_{q,i}$. Der mutierte Vektor der Objektparameter berechnet sich folglich gemäß:

$$\begin{aligned} \vec{o}_{mutiert} &= \vec{o}_q + N_0(\vec{s}_q) \\ &= (x_{q,1} + N_0(s_{q,1}), x_{q,2} + N_0(s_{q,2}), \dots, x_{q,n} + N_0(s_{q,n})). \end{aligned} \quad (2.32)$$

Die Mutation der Strategie-Parameter wird anders durchgeführt. So wird die Standardabweichung $s_{q,i}$ durch die Mutation zufallsbasiert um den Faktor α vergrößert oder um den Kehrwertfaktor $1/\alpha$ verkleinert:

$$\begin{aligned} \vec{s}_{mutiert} &= \vec{s}_q \cdot \vec{A}_q \\ &= (s_{q,1} \cdot A_{q,1}, s_{q,2} \cdot A_{q,2}, \dots, s_{q,n} \cdot A_{q,n}). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Die Wahl von $A_{q,i}$ wird an Hand des Wertes gleichverteilter Zufallszahl $T \in [0, 1]$ getroffen:

$$A_{q,i} = \begin{cases} \alpha & \text{für } T < 0,5 \\ 1/\alpha & \text{für } T \geq 0,5 \end{cases}. \quad (2.34)$$

In der Programmhilfe von OptiY [4] wird nicht konkret angegeben, welcher Wert für α verwendet wird. Allerdings erfolgt dort der Hinweis, dass Rechenberg, welcher einer der erwähnten Entwickler des Verfahrens ist, einen Wert von 1,3 empfiehlt, solange weniger als 100 Designvariablen verwendet werden. Darüber sollte ein kleinerer Wert genommen werden. Es ist davon auszugehen, dass OptiY dieser Empfehlung folgt.

Es gibt zwei Arten wie aus p Eltern die neue Generation der c Kinder erzeugt wird. Dabei wird zwischen der Komma- und der Plus-Strategie unterschieden. Bei der Komma-Strategie (p, c) erzeugen p Eltern c Kinder. Die Kinder werden anschließend bezüglich ihrer Fitness bewertet. Der Fitnesswert richtet sich dabei nach dem Wert der Zielfunktion für das Set an Designvariablen, das zum entsprechenden Individuum gehört. Ob in OptiY die Fitness lediglich vom kleinsten Wert der Zielfunktion abhängig ist oder ob noch weitere Faktoren Einfluss haben, geht aus der Programmdokumentation [4] nicht hervor. Nach der Fitnessbewertung werden bei der Kommastrategie die p fittesten Kinder als die p Eltern zur Erzeugung der neuen Generation gewählt. Die Eltern überleben somit die nächste Generation nicht. Dies ist bei der Plus-Strategie $(p + c)$ anders geregelt. Hierbei wird sowohl die Fitness der Eltern als auch die der Kinder bewertet. Die p fittesten Individuen werden anschließend die p neuen Eltern, unabhängig davon, ob diese Eltern oder Kinder sind. Beträgt die Anzahl p der Eltern 1, so werden die Kinder ausschließlich durch die beschriebene Mutation erzeugt. Erst bei zwei oder mehr Eltern wird zusätzlich die Rekombination verwendet. Dabei erhalten Kinder entweder zufallsgesteuert die Chromosomkomponente von Elter 1 oder Elter 2 oder die gemittelten Chromosomkomponenten beider Eltern. Da in dieser Arbeit die Evolutionsstrategie mit den empfohlenen Standardeinstellungen verwendet wird, welche mit einem Elter ($p = 1$) arbeitet, wird für eine ausführlichere Beschreibung der Rekombination auf die Dokumentation von OptiY [4] verwiesen. Die Standardeinstellung verwendet die 1 + 7-Strategie. Aus einem Elter werden somit sieben Kinder durch Mutation entsprechend den Gleichungen 2.32 und 2.33 erzeugt. Aus den acht Individuen wird anschließend das fitteste als neues Elter ausgewählt.

Die Wahl der Strategie beeinflusst zum einen die Konvergenzgeschwindigkeit des Verfahrens und zum anderen die Wahrscheinlichkeit das globale Optimum zu finden. Nach HARZHEIM

[12] konvergiert die Plus-Strategie deutlich schneller, da durch die Tatsache, dass immer das fitteste Individuum erhalten bleibt, ein gleich bleibendes oder auch ein verbessertes Qualitätsniveau von Iteration zu Iteration gewährleistet ist. Allerdings ist hierbei die Wahrscheinlichkeit recht hoch in ein lokales Optimum zu konvergieren, aus dem der Algorithmus nicht mehr heraus findet. Die Komma-Strategie verhindert die zu schnelle Konvergenz in ein lokales Optimum, besitzt dadurch aber insgesamt eine langsamere Konvergenz. Denn bei der Komma-Strategie kann sich das Qualitätsniveau in der neuen Generation wieder verschlechtern. Bezüglich der Elternanzahl wird in [4] darauf hingewiesen, dass ein Elter bei einer glatten Zielfunktion unabhängig von der Strategie vollkommen ausreichend ist. Lediglich im Fall einer un stetigen, gezackten Zielfunktion sind mehr Eltern nötig. Die Anzahl an Kindern beeinflusst maßgeblich die zeitliche Länge einer Optimierung, da jedes Kind ein Set an Designvariablen darstellt, für welches eine Simulation durchgeführt werden muss. Des Weiteren beeinflusst auch das Verhältnis zwischen Anzahl der Eltern und Anzahl der Kinder das Konvergenzverhalten und die Konvergenzgeschwindigkeit. Je größer das Verhältnis, sprich je weniger Kinder erzeugt werden, desto schneller konvergiert das Verfahren, aber desto eher wird das Verfahren wiederum in einem lokalem Minimum hängen bleiben, wenn es ein solches erreicht hat. Eine größere Kinderanzahl kann dies verhindern.

2.2 Strukturintensität

Die Strukturintensität spielt eine wesentliche Rolle in dieser Arbeit, weshalb die Strukturintensität in diesem Kapitel erklärt und verständlich gemacht wird.

Die Strukturintensität in Strukturen ist das Analogon zur Schallintensität im Fluid, wie beispielsweise der Luftschallintensität. Die Strukturintensität wird nach HANSELKA und BÖS [11] auch Körperschallintensität genannt, was die Analogie wörtlich stärker zum Vorschein bringt. Beide Intensitäten beschreiben den Energietransport im jeweiligen Medium: die Luftschallintensität den der Luftschallenergie und die Strukturintensität den der Körperschallenergie. Luftschallenergie und Körperschallenergie sind somit jeweils die Schwingungsenergie vom Luftschall beziehungsweise vom Körperschall. Abbildung 2.6 veranschaulicht den Zusammenhang zwischen der Struktur- und der Luftschallintensität.

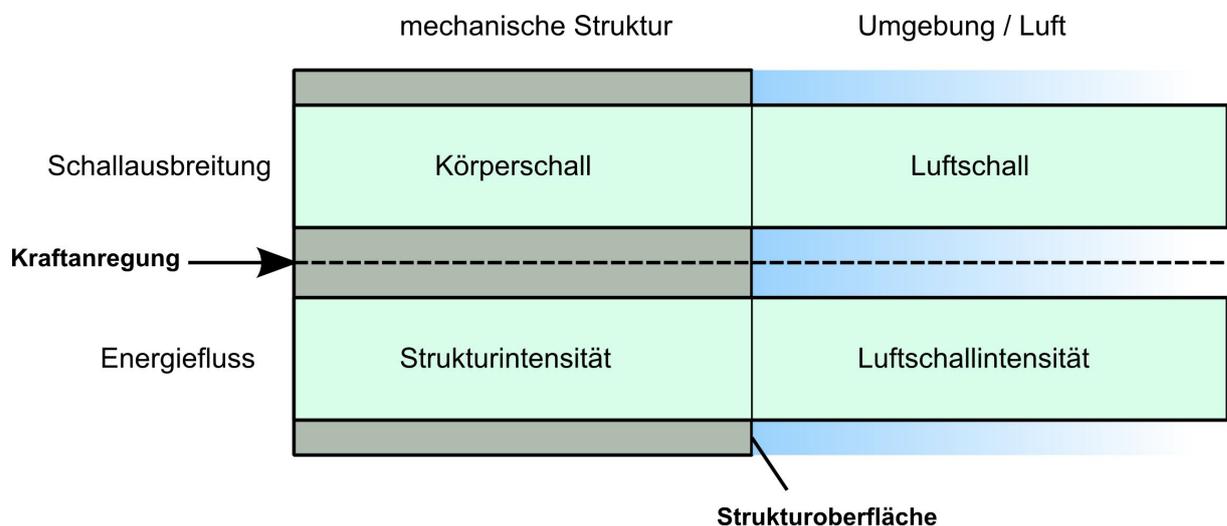


Abbildung 2.6: Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen Struktur- und der Luftschallintensität

Die Anregung einer mechanischen Struktur durch eine Kraft führt zu Schwingungen innerhalb der Struktur. Derjenige Teil dieser Schwingungen, der sich im Hörbereich des Menschen befindet, wird Körperschall genannt [11]. Der Hörbereich des Menschen umfasst die Frequenzen von 20 Hz bis 20 kHz. Der Körperschall breitet sich von der Anregungsstelle innerhalb der Struktur aus. Die Energie, die dabei durch die Struktur fließt, wird von der Strukturintensität erfasst. Trifft der Körperschall auf die Strukturoberfläche, so kommt es dort zur Schallabstrahlung, da die umgebende Luft zur Schwingung angeregt wird. Der Luftschall entsteht, dessen Energiefluss, wie bereits erwähnt, durch die Luftschallintensität beschrieben wird.

Nach HANSELKA und BÖS [11] kann die Strukturintensitätsanalyse eingesetzt werden, um mit den Kenntnissen über den Körperschallenergiefluss in einer Struktur, Maßnahmen zur

gezielten Körperschallenergie-Umlenkung umzusetzen und dadurch eine Geräuschminderung zu erreichen.

Eine ausführliche Literaturrecherche zur Strukturintensität hinsichtlich ihrer bisherigen Entwicklung, den bisher bekannten Mess- und Rechenmethoden sowie Anwendungsfeldern ist in der Dissertation von HERING [15] zu finden.

2.2.1 Allgemeine Berechnung der Strukturintensität

Die Strukturintensität \vec{I}_S setzt sich aus dem Produkt des mechanischen Spannungstensors \mathbf{S} und der Schallschnelle \vec{v} zusammen:

$$\vec{I}_S = -\mathbf{S} \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Das negative Vorzeichen weist daraufhin, dass es sich bei dem Spannungstensor um Druckspannungen handelt. In Luft entspricht der Spannungstensor \mathbf{S} dem Druck p , womit Gleichung 2.35 in Gleichung 2.36 übergeht. Die Luftschallintensität \vec{I} ist somit das Produkt von Schalldruck p und Schallschnelle \vec{v} der Luft:

$$\vec{I} = -p \cdot \vec{v}. \quad (2.36)$$

Die Werte von der Struktur- als auch der Luftschallintensität werden immer für einen Punkt im Raum oder in der Struktur berechnet. Auf diesen Punkt beziehen sich die gewählten Berechnungswerte. Die Strukturintensität ist eine komplexe Größe und wird in dieser Arbeit im Frequenzbereich betrachtet. Die komplexe Darstellung der zeitlich gemittelten Strukturintensität aus Gleichung 2.35 lautet im Frequenzbereich [11]:

$$\underline{\vec{I}}_S(f) = -\frac{1}{2} \cdot \underline{\mathbf{S}}(f) \cdot \underline{\vec{v}}^*(f). \quad (2.37)$$

Die Unterstriche zeigen an, dass es sich um komplexe Größen handelt. Das „*“ bei der Schallschnelle verweist auf die konjugiert komplexe Schallschnelle. Der Faktor $1/2$ in Gleichung 2.37 stammt aus der zeitlichen Mittelung. Somit ist die Strukturintensität das Produkt der Effektivwerte von Spannung und Schwingschnelle.

Bei der komplexen Strukturintensität ist zwischen der aktiven Strukturintensität $\vec{I}_{S,a}$ und der reaktiven Strukturintensität $\vec{I}_{S,r}$ zu unterscheiden:

$$\vec{I}_{S,a} = \text{Re}(\underline{\vec{I}}_S(f)), \quad (2.38)$$

$$\vec{I}_{S,r} = \text{Im}(\underline{\vec{I}}_S(f)). \quad (2.39)$$

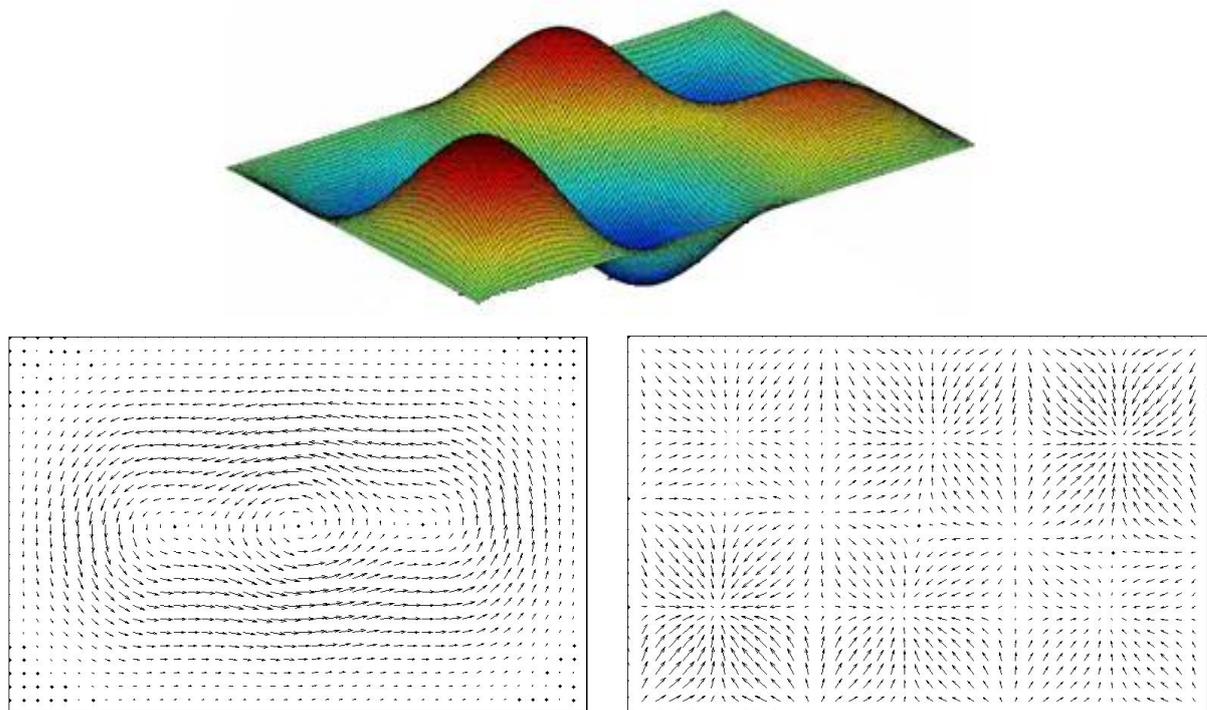


Abbildung 2.7: Aktiver (links) und reaktiver (rechts) Teil der Strukturintensität der (2,3)-Mode einer Platte

Die Verläufe der aktiven und der reaktiven Strukturintensität sind beispielhaft für die (2,3)-Mode einer Platte in Abbildung 2.7 gezeigt.

Der reaktive Teil der Strukturintensität gibt die Ähnlichkeit mit der Amplitudenverteilung der Plattenschwingung wieder, auf welche daher Rückschlüsse getroffen werden können. $\vec{I}_{S,r}$ umfasst die Energie, die ständig in einer Struktur oszilliert, welche somit der Energie der stehenden Wellen entspricht. Die aktive Strukturintensität spiegelt die Wanderwellen wieder, also die Energie, die im zeitlichen Mittel von der Quelle zur Senke fließt [11]. Somit beschreibt nur die aktive Strukturintensität den Körperschallfluss durch die Struktur. Im späteren Verlauf der Arbeit wird aus diesem Grund auch nur die aktive Strukturintensität $\vec{I}_{S,a}$ betrachtet und verwendet.

2.2.2 Definition von Schalen

Die Strukturintensitätsberechnungen in dieser Arbeit werden an Schalenstrukturen durchgeführt. Eine Schale ist definiert als Flächentragwerk, dass bereits unbelastet eine einfach (z.B. Zylinder) oder zweifach (z.B. Kugel) gekrümmte Mittelfläche besitzt [20]. Die Platte und die Scheibe sind Sonderformen der Schale. So gibt es analog zur bekannten KIRCHHOFFSCHEN Plattentheorie auch die allgemeinere Schalentheorie, welche die Voraussetzungen und Annahmen für Schalen zusammenfasst:

- Die Schalendicke h ist zum einen klein gegenüber den anderen beiden Hauptabmessungen (a und b) und zum anderen schwach gekrümmt.
- Die Verformungen sind klein gegenüber der Schalendicke.
- Das Material ist homogen und isotrop.
- Das Hook'sche Gesetz ist gültig.
- Querschnitte bleiben bei Verformung eben, das heißt Punkte, die ursprünglich auf einer Normalen zur Mittelebene liegen, befinden sich nach der Verformung weiterhin auf einer Normalen zur verformten Mittelebene (Normalenhypothese).
- Die Normalspannung σ_z , die normal zur Mittelfläche ist, kann vernachlässigt werden.
- Dehnungen in z-Richtung können vernachlässigt werden; die Schalendicke bleibt somit konstant.

2.2.3 Berechnung der Strukturintensität in Schalen

Schalen sind, wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, dünne Strukturen, bei denen der Energiefluss in Dickenrichtung (z-Richtung) vernachlässigbar ist. Somit setzt sich die Strukturintensität bei Schalen vereinfacht, da über die Dicke gemittelt wird, nur aus den x- und y-Komponenten in der Schalenmitte zusammen. Im Folgenden wird die Strukturintensität in Schalen \vec{I}'_S genannt. Diese lässt sich durch die auftretenden Schnittkräfte berechnen [15]:

$$\vec{I}'_S = \begin{bmatrix} I'_{S',x} \\ I'_{S',y} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \underline{N}_x \underline{v}_x^* + \underline{N}_{xy} \underline{v}_y^* + \underline{Q}_x \underline{v}_z^* + \underline{M}_x \dot{\underline{\phi}}_y^* - \underline{M}_{xy} \dot{\underline{\phi}}_x^* \\ \underline{N}_y \underline{v}_y^* + \underline{N}_{xy} \underline{v}_x^* + \underline{Q}_y \underline{v}_z^* - \underline{M}_y \dot{\underline{\phi}}_x^* + \underline{M}_{xy} \dot{\underline{\phi}}_y^* \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Darin entsprechen:

- \underline{N}_x der Membrankraft in x-Richtung,
- \underline{N}_y der Membrankraft in y-Richtung,
- \underline{N}_{xy} der Schubmembrankraft in der x,y-Ebene,
- \underline{Q}_x der Querkraft in z-Richtung bei $x = \text{konst.}$,
- \underline{Q}_y der Querkraft in z-Richtung bei $y = \text{konst.}$,
- \underline{M}_x dem Biegemoment um die y-Achse,
- \underline{M}_y dem Biegemoment um die x-Achse,
- \underline{M}_{xy} dem Torsionsmoment in der x,y-Ebene,
- \underline{v}_x der Schwinggeschwindigkeit in x-Richtung,
- \underline{v}_y der Schwinggeschwindigkeit in y-Richtung,
- \underline{v}_z der Schwinggeschwindigkeit in z-Richtung,
- $\dot{\underline{\phi}}_x$ der Winkelgeschwindigkeit um die x-Achse und
- $\dot{\underline{\phi}}_y$ der Winkelgeschwindigkeit um die y-Achse.

Alle verwendeten Schnittkräfte zur Berechnung der Strukturintensität in Schalen sind zur Übersicht in Abbildung 2.8 dargestellt.

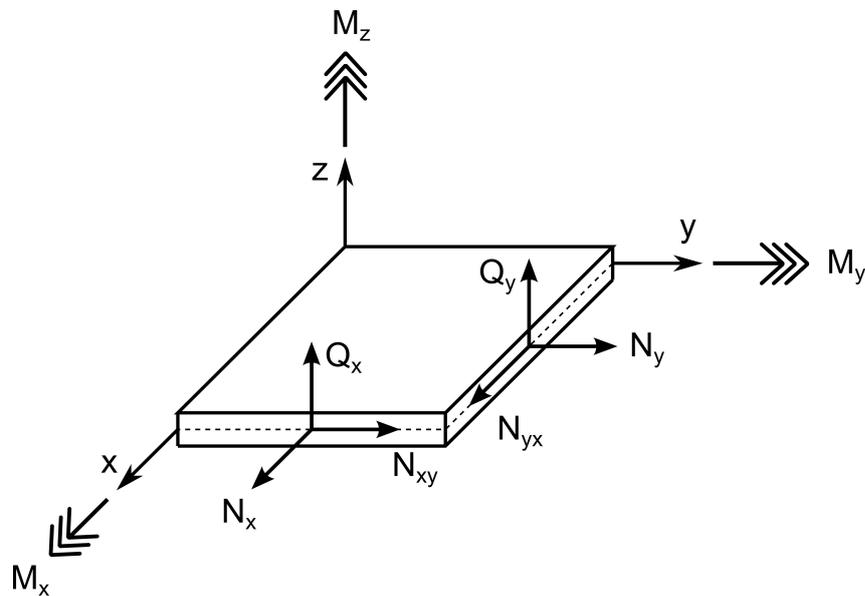


Abbildung 2.8: Schnittkräfte in Schalen

In Gleichung 2.40 geben die Produkte aus Membrankräften und Schwinggeschwindigkeit den Energietransport der In-Plane-Wellen wieder. Die anderen drei Produkte entsprechen dem Energietransport der Out-Of-Plane-Wellen. Unter In-Plane-Wellen werden Longitudinalwellen, in Platten und Schalen auch Dehnwellen genannt, und Schubwellen zusammengefasst [13]. Es sind somit Wellen, die sich innerhalb der Plattenebene bewegen. Out-Of-Plane-Wellen hingegen bezeichnen Biegewellen, also Wellen, welche die Platte in Normalenrichtung zum Schwingen bringen. Abbildung 2.9 veranschaulicht die einzelnen Wellenformen. Dabei ist zu beachten, dass die Schwingungsrichtung der Biegewelle aus der Plattenebene heraus zeigt, wohingegen die Schwingungsrichtungen der Dehn- und Transversalwelle in der Plattenebene liegen.

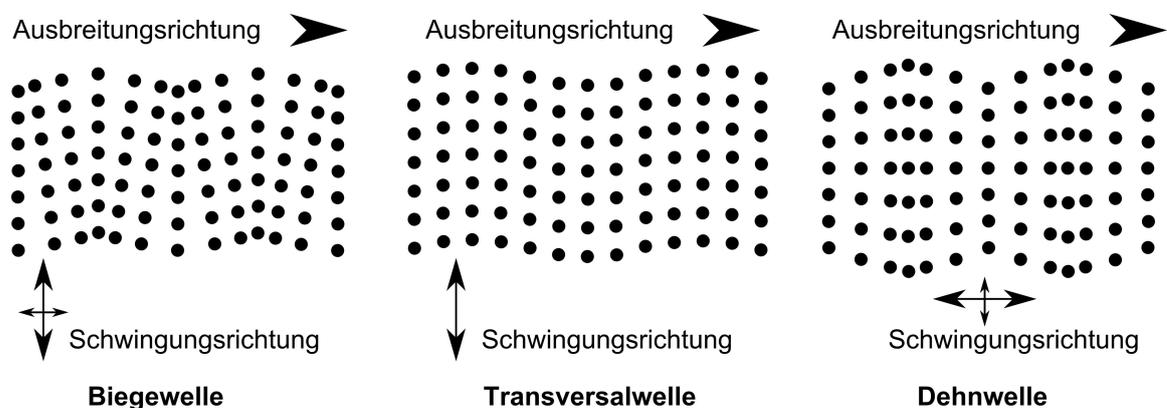


Abbildung 2.9: Out-Of-Plane- (links) und In-Plane-Wellen (mitte, rechts) (Quelle: [5])

2.2.4 Ableitung der dissipierten und eingeleiteten Energie

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Strukturintensität in dünnen Platten \vec{I}_S verwendet, um die Verlustleistung P_{diss} in angeregten Schalenstrukturen mit Dämpfungselemente zu berechnen.

Der Energiefluss in Strukturen lässt sich mit dem 1.Hauptsatz der Thermodynamik beschreiben. Nach diesem Hauptsatz bleibt die Energie in geschlossenen Systemen erhalten. Das heißt, dass alle Energieänderungen in der Summe Null ergeben. Unter Ausschluss eines Wärmestroms und einer veränderlichen Masse lautet der 1.Hauptsatz der Thermodynamik für ein elastisches Medium [15]:

$$\iiint_V \frac{de}{dt} dV = - \iint_A -\mathbf{s} \frac{d\vec{u}}{dt} \vec{n} dA + \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss}) dV. \quad (2.41)$$

Die linke Seite in Gleichung 2.41 drückt die Änderung der Energiedichte e aus. Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt die Strukturintensität:

$$-\mathbf{s} \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{I}_S,$$

der zweite Term enthält die zugeführten und dissipierten Energiedichten π_{zu} und π_{diss} . Integriert führt Gleichung 2.41 auf

$$\frac{dE}{dt} = - \iint_A \vec{I}_S \vec{n} dA + P_{zu} - P_{diss}. \quad (2.42)$$

Darin entspricht P_{zu} der Eingangsleistung und P_{diss} der dissipierten Leistung, die auch Verlustleistung genannt wird. Im Zusammenhang mit Intensitäten sind die zeitlich gemittelten Werte von Interesse. Bei stationären Vorgängen ist der Energieinhalt im zeitlichen Mittel konstant, sodass:

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = 0. \quad (2.43)$$

Somit folgt:

$$\iint_A \langle \vec{I}_S \rangle \vec{n} dA = \langle P_{zu} - P_{diss} \rangle. \quad (2.44)$$

Die spitzen Klammern in den Gleichungen 2.43 und 2.44 geben die zeitliche Mittelung wieder. Der Zusammenhang zwischen zeitlich gemittelter Strukturintensität und der Betrachtung der Strukturintensität im Frequenzbereich lautet:

$$\langle \vec{I}_S(t) \rangle = \int_f \vec{I}_{S,a}(f) df. \quad (2.45)$$

Für die in dieser Arbeit relevanten Schalenstrukturen vereinfacht sich Gleichung 2.44 weiter, da sich das Oberflächenintegral $\iint_A dA$ in ein Ringintegral $\oint_S dS$ wandelt:

$$\oint_S \vec{I}_{S',a} \cdot \vec{n} dS = P_{zu} - P_{diss}. \quad (2.46)$$

Umfasst das Ringintegral einen Bereich, in dem es keine Energiequelle gibt, aber eine Energie Senke vorliegt, so lässt sich die Dissipationsleistung nach Gleichung 2.46 aus dem Produkt von Strukturintensität und Normalenvektor entlang der geschlossenen Linie berechnen. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.10 veranschaulicht.

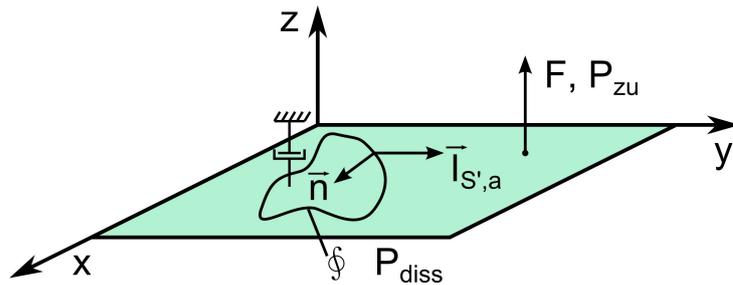


Abbildung 2.10: Veranschaulichung von Gleichung 2.46 (nach Quelle [15])

Umgekehrt lässt sich nach Gleichung 2.46 aus dem Produkt von Strukturintensität und Normalenvektor entlang der geschlossenen Linie ebenfalls die Eingangsleistung berechnen, wenn innerhalb der geschlossenen Linie nur eine Quelle und keine Senke vorhanden ist.

Die Integration einer Funktion f lässt sich durch die sogenannte RIEMANN-Summe R annähern [18]:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \int_a^b f(x) dx, \quad (2.47)$$

wobei die RIEMANN-Summe definiert ist durch

$$R = R(f, Z, \zeta) = \sum_{i=1}^n f(\zeta_i)(x_i - x_{i-1}) \quad (2.48)$$

mit

$$Z = \{a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b\} \quad (\text{Zerlegung des Intervalls } [a, b]),$$

$$\zeta_i \in [x_{i-1}, x_i].$$

Die Berechnung der Verlust- und Eingangsleistung aus Gleichung 2.46 ergibt sich demnach zu:

$$-P_{diss} = \sum_E \vec{I}_{S',a,i} \cdot \vec{n}_i \cdot l_{E,i}, \quad (2.49)$$

$$P_{zu} = \sum_E \vec{I}_{S',a,i} \cdot \vec{n}_i \cdot l_{E,i}. \quad (2.50)$$

Darin ist $l_{E,i}$ die Länge des i -ten Elements ($i = 1, \dots, E$) entlang der Ringintegral-Kurve.

2.3 Wirkprinzip von Dämpfungsbelägen

Unter den Vorkehrungen zur Geräuschminderung von technischen Strukturen gehören Dämpfungsbelege in die Gruppe der passiven Maßnahmen. Neben diesen gibt es auch aktive Maßnahmen zur Geräuschreduzierung. Aktive Maßnahmen umfassen alle Applikationen, welche die Geräuschestehung selbst vermindern oder sogar verhindern. Passive Maßnahmen hingegen fassen Geräuschminderungs-Vorkehrungen zusammen, die versuchen den bereits entstandenen Schall, Körper- oder Luftschall, zu reduzieren und in seiner Ausbreitung zu behindern. Hinsichtlich des physikalischen Wirkprinzips bei passiven Maßnahmen sind die Schalldämmung und die Schalldämpfung zu unterscheiden.

Bei der Dämpfung im Allgemeinen wird einem System oder Medium immer Energie entzogen. Die Schwingungsenergie wird dabei in eine andere Energieform, in Wärme, umgewandelt [26]. Das heißt, dass bei der Schalldämpfung Körperschall oder Luftschall absorbiert, also dissipiert werden. Diese Energieumwandlung kann durch innere Verluste auf Grund der Materialdämpfung, in seltenen Fällen auch durch trockene Reibung, viskose Dämpfung oder Wärmeleitung verursacht werden [14]. Beim Einsatz von Dämpfungsbelägen spielt auf Grund der dort verwendeten Materialien die Materialdämpfung die wesentliche Rolle.

Davon getrennt zu betrachten ist die Schalldämmung. Diese entzieht keine Schwingungsenergie, sondern darunter wird die Umleitung der Energie in einer Struktur verstanden. Nach CREMER & HECKL [13] ist die Dämmung in der Akustik definiert als die Reflexion mechanischer Schwingungen an Unstetigkeiten. Bildlich gesehen wird somit bei der Schalldämmung versucht, dem Schall Hindernisse in den Weg zu stellen, sodass er einen anderen Weg durch zum Beispiel unkritische Bereiche nehmen muss oder erst gar nicht in eine Struktur gelangt. Hindernisse im Schallfluss können beispielsweise Impedanzsprünge durch Materialwechsel oder Querschnittsänderungen sein [26]. So gehören auch Schwingungsisolatoren in den Bereich der Schalldämmung.

Die Verwendung von Dämpfungsbelägen zur Reduzierung der Schallemissionen schwingender Bleche im Karosseriebereich wird auch Entdröhnung genannt. Dabei bleibt das Grundblech in seine Funktion (Form, Steifigkeit, etc.) erhalten und wird mit einem Entdröhnbelag, dem Dämpfungsbelag, beschichtet. Wie bereits erwähnt, ist das physikalische Wirkprinzip, das hierbei die Dissipation des Körperschalls bewirkt, die Materialdämpfung. CREMER & HECKL [13] beschreiben die verschiedenen Modelle mit denen diese Dämpfungserscheinung erklärt werden kann. Nach ihnen hat sich das „Relaxationsmodell der Nachwirkung“ als richtig bewährt. Dabei wird das Hooke'sche Gesetz, das den linearen Zusammenhang zwischen

Spannung und Dehnung beschreibt um einen Term mit einer sogenannten Nachwirkungsfunktion ergänzt. Im beschriebenen Modell ist diese Nachwirkungsfunktion eine Relaxationsfunktion. Wird ein Körper gedehnt, so treten dabei Änderungen auf molekularer Ebene auf, wie zum Beispiel Platzwechsel, Verschiebungen der Kristallwände, Veränderungen in der Molekülstruktur oder Anregung von bestimmten Molekülschwingungen [13]. Diese molekularen Änderungen besitzen einen „allmählichen“ Charakter, das heißt sie klingen allmählich innerhalb der Relaxationszeit wieder ab. Für zwei verschiedene, vorgegebene Dehnungsverläufe sind die zugehörigen zeitlichen Spannungsverläufe in Abbildung 2.11 dargestellt.

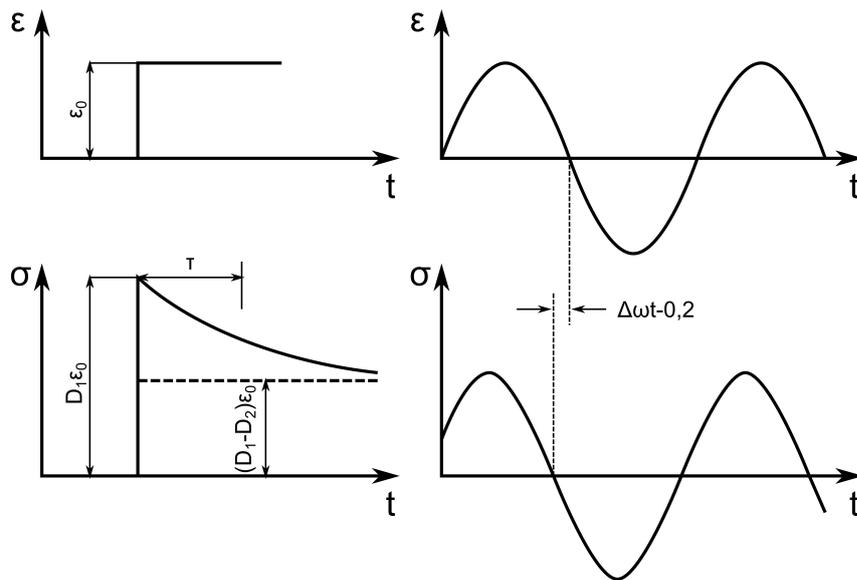


Abbildung 2.11: Dehnungs- und Spannungsverlauf bei vorgegebenen Dehnungen (Quelle: [13])

Links in Abbildung 2.11 wird eine plötzliche Dehnung vorgegeben. Diese führt zunächst zu einer hohen Spannung, die dann allmählich abklingt. Im rechten Beispiel, bei einem vorgegebenen periodischen Dehnungsverlauf, ist die resultierende Phasenverschiebung von Spannung und Dehnung zu erkennen. Diese Phasenverschiebung resultiert aus den Relaxationsvorgängen auf der Molekülebene. Der allgemeine formelmäßige Zusammenhang zwischen Spannung $\sigma(t)$ und Dehnung $\epsilon(t)$ bei diesem Relaxationsmodell der Nachwirkung lautet:

$$\sigma(t) = D_1 \epsilon(t) - \int_0^\infty \epsilon(t - \Delta t) \varphi(\Delta t) d(\Delta t). \quad (2.51)$$

Darin ist $\varphi(\Delta t)$ die Relaxationsfunktion. Wird diese zu Null gesetzt, geht Gleichung 2.51 in das bekannte Hooke'sche Gesetz über. Die Relaxationsfunktion selbst lässt sich beschreiben durch:

$$\varphi(\Delta t) = \frac{D_2}{t_r} e^{-\Delta t/t_r}. \quad (2.52)$$

D_1 und D_2 sind Konstanten und t_r ist die bereits genannte Relaxationszeit. Die Energiemenge, die durch die beschriebenen Relaxationsvorgänge dissipiert wird, ist abhängig von der Relaxationszeit und somit abhängig vom Material. Bei periodischen Vorgängen ist die dissipierte Energiemenge zudem abhängig von der Frequenz. In [13] wird zusätzlich darauf hingewiesen, dass teils mehrere Relaxationsvorgänge gleichzeitig mit verschiedenen Relaxationszeiten angenommen werden müssen, damit das Modell alle Spannungs-Dehnungs-Beziehungen korrekt beschreibt.

Zurück zur Betrachtung der Entdröhnung mit Dämpfungsbelegen. Eine wichtige Kennzahl für die Menge der damit dissipierten Energie ist der Verlustfaktor η , der wie folgt definiert ist:

$$\eta = \frac{W_V}{2\pi W_R} \quad (2.53)$$

Darin ist W_V die in Wärme umgesetzte Energie pro Flächeneinheit und Schwingungsperiode. W_R hingegen ist die reversible mechanische Energie bei Verbiegung. Die bei der Entdröhnung relevanten, schallabstrahlenden Biegeformen des Grundblechs und des Dämpfungsbelags, wodurch Energie dissipiert und in Wärme umgewandelt wird. Abbildung 2.12 zeigt eine beschichtete Platte im Grundzustand sowie den durch Biegeformen verformten Zustand.

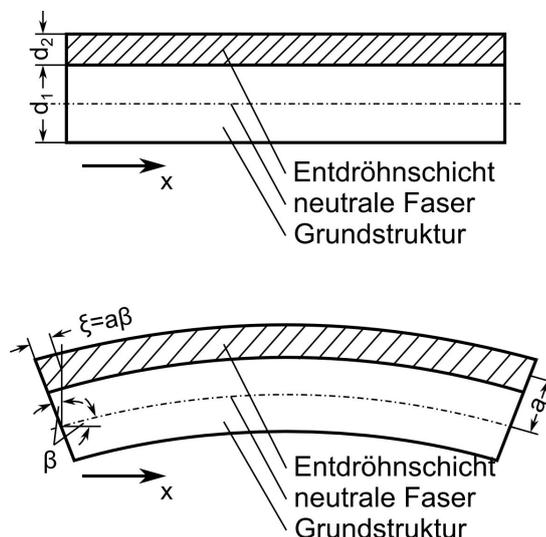


Abbildung 2.12: Platte mit Dämpfungsbelag im unverformten und verformten Zustand (Quelle: [13])

Im Fall der Verformung durch Biegeformen lassen sich nach CREMER & HECKL [13] für eine beschichtete Platte beide Energien aus Gleichung 2.53 berechnen durch:

$$W_V = \pi \eta_2 E_2 d_2 \left| \frac{d\xi}{dx} \right|^2 \quad \text{und} \quad (2.54)$$

$$W_R = \frac{1}{2} B \left| \frac{d\beta}{dx} \right|^2. \quad (2.55)$$

Durch Einsetzen von W_V und W_R in Gleichung 2.53 ergibt sich für den Verlustfaktor η_B bei Biegewellen:

$$\eta_b = \frac{\eta_2 E_2 d_2 a}{B}. \quad (2.56)$$

Die Biegesteifigkeit B des Gesamtsystems berechnet sich nach:

$$B \approx \frac{E_1 d_1^3}{12} + E_2 d_2 a^2. \quad (2.57)$$

In den Gleichungen 2.54 - 2.57 sowie in Abbildung 2.12 entsprechen

- η_2 dem inneren Verlustfaktor des Dämpfungsmaterial, der definiert ist durch das Verhältnis aus Imaginärteil des E-Moduls zu Realteil des E-Moduls,
- E_1 dem Realteil des E-Moduls der Platte,
- E_2 dem Realteil des E-Moduls des Dämpfungsmaterials,
- d_1 der Dicke der Platte,
- d_2 der Dicke des Dämpfungsbelags,
- a dem Abstand zwischen der neutralen Faser der Platte und der Mittellinie des Dämpfungsbelags,
- ξ der Maximalauslenkung innerhalb einer Schwingperiode in tangentielle Richtung,
- ξ_M der tangentialen Auslenkung der Mittellinie des Dämpfungsbelags,
- B der Biegesteifigkeit der beschichteten Platte und
- β dem Biegewinkel.

Aus den Gleichungen lassen sich einige Schlüsse bezüglich der Wahl des Dämpfungsbelags ziehen. Ziel ist es, einen möglichst großen Verlustfaktor zu erreichen. Aus Gleichung 2.56 lässt sich ableiten, dass der Verlustfaktor umso größer wird, je größer das Produkt $\eta_2 E_2$, das auch Verlustmodul genannt wird, die Dicke d_2 oder der Abstand a werden. Dies zeigt, dass sich eine große Dicke des Dämpfungsbelags, ganz nach dem Motto „viel hilft viel“, tatsächlich positiv auf den Verlustfaktor auswirkt. Allerdings ist die Dicke einer Beschichtung in der Praxis oft aus baulichen oder gewichtstechnischen Gesichtspunkten beschränkt. Somit fällt dem Produkt $\eta_2 E_2$ und damit der richtigen Materialwahl die wesentlich größere Bedeutung zu. Es reicht somit nicht ein Material zu wählen, das einen hohen inneren Verlustfaktor besitzt, sondern es muss zusätzlich auch ein hohes Elastizitätsmodul aufweisen. Die Tatsache, dass auch der Abstand a zwischen der neutralen Faser der Platte und der

Mittellinie des Dämpfungsbelags von Bedeutung für den Verlustfaktor ist, wird beispielsweise bei Mehrschichtbelägen ausgenutzt, bei denen unter anderem zusätzlich Abstandhalter zwischen Platte und Dämpfungsbelag zum Einsatz kommen.

Oft verwendete Materialien für einfache Dämpfungsbelege zur Entdröhnung sind Hochpolymere [13]. Abbildung 2.13 zeigt die Verläufe des E-Moduls und des Verlustfaktors über der Frequenz für das Hochpolymer Polyvinylchlorid.

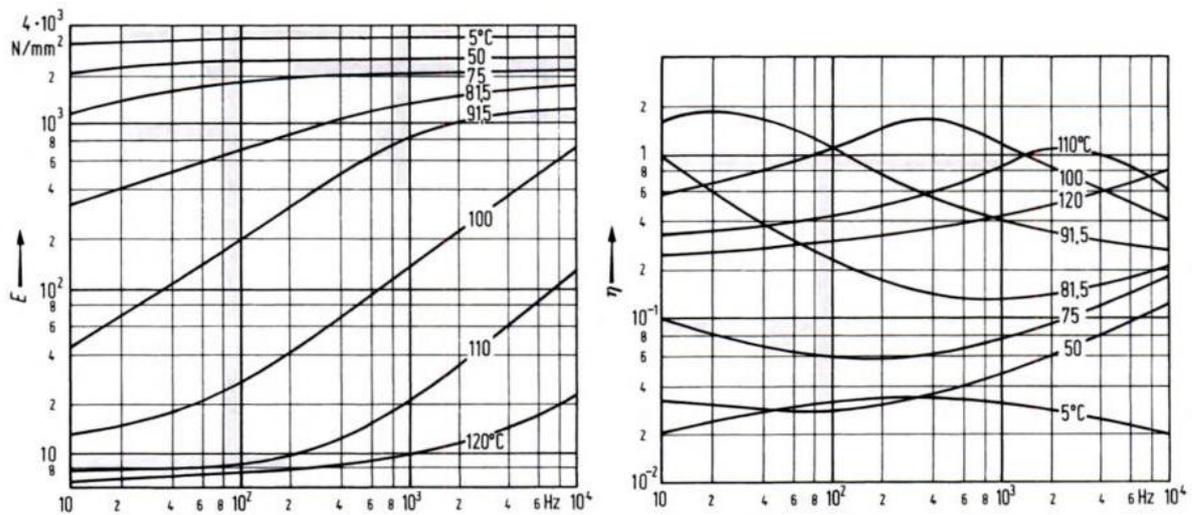


Abbildung 2.13: Verläufe des E-Moduls und des Verlustfaktors für Polyvinylchlorid (Quelle: [14])

Es ist zu erkennen, dass sowohl das E-Modul als auch der Verlustfaktor von Temperatur und Frequenz abhängig sind. Dieses Verhalten ist nach HECKL [14] typisch für hochpolymere Kunststoffe. Abbildung 2.13 zeigt, dass bei den einzelnen Kurven des E-Moduls bei konstanter Temperatur der Frequenzbereich mit der steilsten Steigung auch den höchsten Verlustfaktor besitzt. Des Weiteren ist zu beachten, dass die Temperaturbereich bei Einsatz der Materialien nicht zu niedrig liegt, da Hochpolymere unterhalb einer bestimmten Temperatur einen extrem geringen Verlustfaktor besitzen. CREMER & HECKL [13] nennen diesen Temperaturpunkt Einfriertemperatur. Durch spezielle Kunststoffmischungen lässt sich der brauchbare Temperatur- und Frequenzbereich einstellen.

Somit muss zusammenfassend bei der Wahl des geeigneten Werkstoffs für einen Dämpfungsbelag nicht nur auf das E-Modul und den Verlustfaktor geachtet werden, sondern ebenfalls auf deren Temperatur- und Frequenzabhängigkeit.

3 FE-Modell

Um eine numerische Optimierung an einer Struktur durchführen zu können, wird ein FE-Modell dieser Struktur benötigt. Die Qualität und Korrektheit des aufgestellten Modells sind entscheidend für die Aussagekraft der Strukturantworten. Die Strukturantworten fassen alle Ausgangsgrößen und Ergebnisse der Modellanalyse zusammen. Hierzu zählen Verschiebungen, Spannungen, Eigenfrequenzen sowie die daraus berechneten Größen, wie in dieser Arbeit die Strukturintensität und die Leistungsgrößen. Ist das Modell ungenau oder fehlerhaft, so werden auch die Strukturantworten nicht aussagekräftig sein.

In der Regel soll eine Struktur simuliert werden, deren Ergebnisse auf die Realität übertragen werden können und somit eine Aussage über das Verhalten der realen Struktur machbar ist. Damit dies möglich ist, müssen alle relevanten Lastfälle und Randbedingungen im Modell auftreten. Welches die relevanten Lastfälle und Randbedingungen sind, muss der Anwender sorgsam überprüfen. Je komplizierter und größer die Geometrie eines Modells ist, desto mehr Rechenzeit benötigt die Simulation. Aus diesem Grund ist das Modell auf mögliche Geometrievereinfachungen hin zu überprüfen, ohne die Übertragbarkeit der Modellergebnisse auf die reale Struktur zunichte zu machen.

Sind Randbedingungen, Lastfälle sowie Geometrievereinfachungen, korrekt gewählt worden, können die Simulationsergebnisse, d.h. die Strukturantworten, dennoch falsch sein. Dies liegt daran, dass es zum einen bei der Umsetzung der gewählten Modelleigenschaften verschiedene Möglichkeiten gibt, und es zum anderen am Ende auf eine richtige Vernetzung des Modells ankommt.

In diesem Kapitel wird der Aufbau des FE-Modells und die Wahl der Modellparameter erläutert. Zunächst werden einige generelle Eigenschaften wie Vernetzungs- oder Kontaktart an einem vereinfachten Modell getestet, variiert und ausgewertet. Die Ergebnisse werden anschließend auf das eigentliche Optimierungsmodell übertragen. In einem nächsten Schritt werden Geometrievereinfachungen am Optimierungsmodell getroffen sowie die Modellierung des Dämpfungsbelags vorgestellt.

3.1 Voruntersuchungen

Beim Aufstellen des Optimierungsmodells ergeben sich einige Fragen bezüglich der Wahl von Modellparametern, die in Voruntersuchungen geklärt werden sollen. Die Voruntersuchungen werden an einer einfachen Geometrie, einer rechteckigen Platte durchgeführt. Hierfür gibt es mehrere Gründe. Zum einen verlängert sich die Dauer einer Simulation mit steigender Anzahl an Elementen, welche in direktem Zusammenhang zur Modellgeometrie und -größe steht, weswegen sich eine Plattenstruktur zum Testen anbietet. Zum anderen ist ein solches Modell wesentlich leichter bezüglich der untersuchten Größe zu modifizieren. Zum Validieren der durchgeführten Rechnungen ist ein einfaches Plattenmodell ebenfalls geeigneter, da es weniger potentielle Fehler- und Ungenauigkeitsmöglichkeiten gibt.

3.1.1 Modellaufbau Platte

Das in dieser Arbeit verwendete Plattenmodell ist in seiner Grundform mitsamt der Abmessungen in Abbildung 3.1 dargestellt.

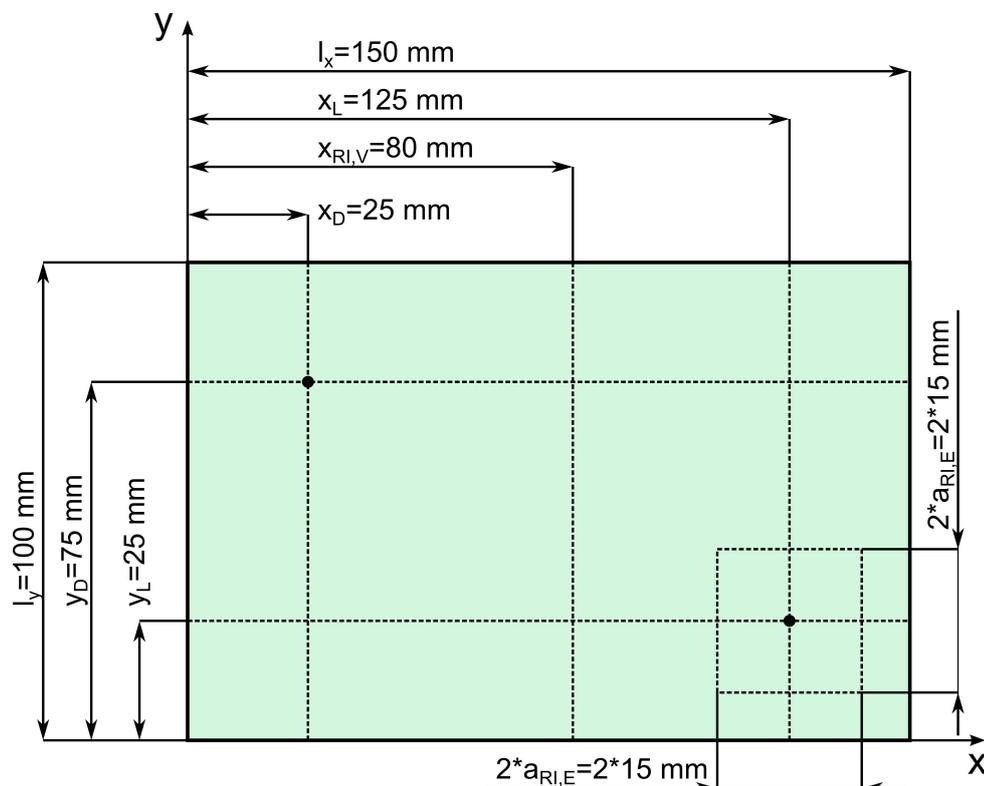


Abbildung 3.1: Aufbau der Plattenmodells für die Voruntersuchungen

Wie zu erkennen ist, handelt es sich um eine rechteckige Platte mit der Länge $l_x = 150 \text{ mm}$ und der Breite $l_y = 100 \text{ mm}$. Die Dicke h der Platte beträgt 1 mm . Als Randbedingung wird

je nach Voruntersuchung eine feste Einspannung der Platte an den vier Eckpunkten oder eine gelenkige Lagerung aller Außenkanten der Platte gewählt.

Mit dem Modell soll das Verhältnis aus Verlustleistung zu Eingangsleistung an Hand der Strukturintensitäten berechnet werden. Daher ist sowohl eine Energiequelle als auch eine Energiesenke nötig. Die Energiequelle wird durch eine Last an der Position $x_L = 125$ mm und $y_L = 25$ mm modelliert. Als Last wird im Ausgangsmodell eine harmonische Kraft F mit der Amplitude 1 N gewählt, die senkrecht auf die Platte zeigt und die Platte somit an der genannten diskreten Position in z-Richtung anregt. Im Rahmen der Voruntersuchungen wird die Punktlast teils durch eine Flächenlast ersetzt. Die Energiesenke ist ein diskreter Dämpfer an der Position $x_D = 125$ mm und $y_D = 25$ mm. Er verankert den Angriffspunkt mit dem Boden. Da die Dämpfungsverteilung bei den meisten Voruntersuchungen keine Rolle spielt, reicht der diskrete Dämpfer als Energiesenke aus. Flächige Dämpfungsbeläge finden erst später im Rahmen der Kontaktuntersuchung Anwendung.

Die Partitionslinie an der Stelle $x_{RI,V} = 80$ mm stellt die Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung dar. Da über die Plattenränder hinaus keine Energie fließen kann, muss somit alle Energie, die von der Quelle zur Senke fließt, über diese Linie fließen. Sie stellt daher zusammen mit dem Plattenrand eine geschlossene Kurve dar. Das Quadrat, welches im Abstand $a_{RI,E} = 5$ mm rund um die Position der Eingangslast zu sehen ist, entspricht der geschlossenen Kurve des Ringintegrals zur Berechnung der Eingangsleistung.

Die Platte wird aus Stahl mit folgenden Materialparameter modelliert: Elastizitätsmodul $E = 2.0405 \cdot 10^{11}$ N/m², Dichte $\rho = 7850$ kg/m³, Querkontraktionszahl $\nu = 0,28$ und Strukturdämpfung $\eta_s = 0$. Für die Voruntersuchungen wird der Dämpfungswert der Platte zu Null gesetzt. Dies sorgt dafür, dass die gesamte eingeleitete Energie gemäß dem Energieerhaltungssatz¹ über den Dämpfer dissipiert werden muss. Damit muss das physikalisch korrekte Leistungsverhältnis über der Frequenz konstant den Wert 1 betragen. Dieses Wissen erlaubt es, die Qualität der Ergebnisse in den Voruntersuchungen zu bewerten.

In allen Voruntersuchungen wird das Verhältnis von Verlustleistung zu Eingangsleistung linear über der Frequenz betrachtet. Bezüglich der Frequenzauflösung sind hierbei die Schrittweite Δf sowie die Schrittzahl n_f zu unterscheiden. Die Schrittweite Δf gibt die Größe des Frequenzbereichs an, für den ein Leistungsverhältniswert berechnet wird. Die Mittenfrequenzen der einzelnen Bereiche sind die Frequenzstützstellen in den Abbildungen in diesem Abschnitt. Die Schrittzahl n_f beziffert die Anzahl der Frequenzen, die innerhalb jeden Bereiches zur Berechnung des Leistungsverhältnisses herangezogen werden. Der gesamte,

¹ Der Energieerhaltungssatz besagt, dass die Gesamtenergie in einem geschlossenen System konstant bleibt.

betrachtete Frequenzbereich wird in Abhängigkeit von der Plattenlagerung so angepasst, dass mindestens die ersten 7 Eigenmoden des Modells erfasst sind. Tabelle 3.1 fasst die Frequenzeinstellungen beider Lagerungen zusammen.

Tabelle 3.1: Frequenzeinstellungen der Voruntersuchungen

	allseitig gelenkige Lagerung der Platte	feste Einspannung aller vier Plattenecken
Frequenzbereich	300 – 2350 Hz	50 – 850 Hz
Schrittweite Δf	5 Hz	2 Hz
Schrittzahl n_f	5	3
enthaltenen Eigenmoden	8	7

3.1.2 Parametervariation

Im Folgenden sind die verschiedenen Aspekte und Parameter aufgelistet, die im Rahmen der Voruntersuchungen an der Platte variiert werden:

1. die Berechnungsart der Eingangsleistung,
2. die Vernetzungseinstellungen hinsichtlich
 - der Art der verwendeten Elemente,
 - der Größe der verwendeten Elemente und
 - der Art der Vernetzung,
3. die Position der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung,
4. die Position der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung sowie die Elementgröße im Bereich der Ringintegral-Kurve,
5. die Art der Lastaufbringung,
6. die Kontaktart zwischen Dämpfungsbelag und Platte,
7. die Position der Ringintegral-Kurve um den Dämpfungsbelag herum zur Berechnung der Verlustleistung und
8. die Position und Anzahl der Frequenzstützstellen.

Auf die einzelnen Punkte wird nun näher eingegangen. Dabei werden die Punkte 3 und 4 zum Punkt „Position der Ringintegral-Kurven“ sowie 6 und 7 zum Punkt „Verwendung eines Dämpfungsbelags - Modellierung und Position der Ringintegral-Kurve“ zusammengefasst. Es sei vorweggenommen, dass die Verläufe der Verlust- und der Eingangsleistung, die in den Abbildungen in diesem Abschnitt gezeigt werden, den wahren Verlauf nur qualitativ und nicht quantitativ widerspiegeln. Der Grund hierfür ist, dass es sich bei den Leistungswert-

ten um Leistungen handelt, die über einen kleinen Frequenzbereich aufintegriert wurden, vergleiche hierzu Abschnitt 3.1.2 *Position und Anzahl der Frequenzstützstellen*.

Berechnungsart der Eingangsleistung

Physikalisch ist die Leistung einer Kraft P_F definiert als das Produkt aus der Kraft \vec{F} mit der Geschwindigkeit am Kraftangriffspunkt \vec{v}_F . In komplexer Schreibweise ergibt sich:

$$P_F = \frac{1}{2} \cdot \vec{F} \cdot \vec{v}_F^* \quad (3.1)$$

Im Modell sind beide Größen \vec{F} und \vec{v}_F bekannt, sodass mit ihnen die Eingangsleistung berechnet werden kann. Die Kraft wird während dem Modellaufbau definiert; die Geschwindigkeit an den Knoten gibt Abaqus auf Wunsch aus. Alternativ lässt sich die Eingangsleistung gemäß Gleichung 2.50 an Hand der Strukturintensität berechnen. Beide Berechnungsvarianten, im Folgenden zur Unterscheidung klassische Methode und Strukturintensitätsmethode genannt, werden nacheinander zur Bestimmung des Leistungsverhältnisses herangezogen. Die Verlustleistung wird in beiden Fällen mit der Strukturintensitätsmethode berechnet. Verwendet wird das Plattenmodell mit den vier eingespannten Ecken bei einer strukturierten Vernetzung mit der globalen Elementgröße von 2 mm. Abbildung 3.2 zeigt die gegenübergestellten Verläufe von Verlust- und Eingangsleistung sowie ihrem Verhältnis.

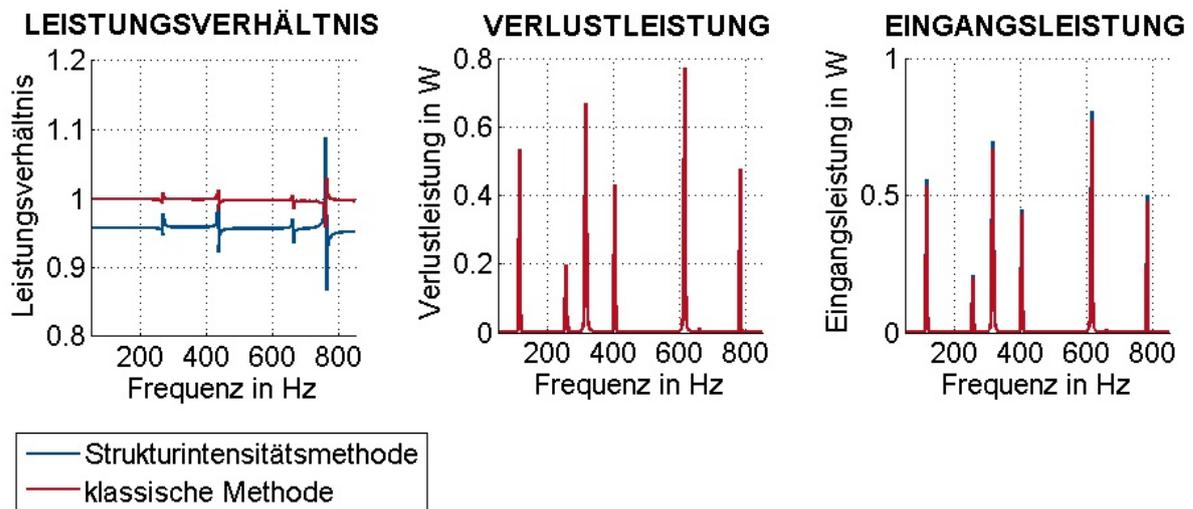


Abbildung 3.2: Vergleich der Methoden zur Berechnung der Eingangsleistung

Der Verlauf des Leistungsverhältnisses, bei dem die Eingangsleistung mit der klassischen Methode berechnet wird, kommt dem erwarteten, konstanten Verlauf beim Wert 1 sehr nahe. Die Verlustleistung, die zur Bildung dieses Verhältnisses verwendet wird, wird mit der Strukturintensitätsmethode berechnet. Somit verifiziert dieses Ergebnis, der nahezu konstante Verlauf beim Wert 1, die Strukturintensitätsmethode. Werden beide Leistungen mittels der

Strukturintensitätsmethode berechnet, zeigt sich, dass der Verlauf des Leistungsverhältnisses ebenfalls im Mittel konstant ist, aber unterhalb der 1 bei einem Wert von 0,96 liegt. Es tritt bei dieser Berechnung der Eingangsleistung somit ein Fehler von etwa 4% auf. Die Berechnung der Verlustleistung mit der gleichen Methode führt zu einem genaueren Ergebnis. Der Grund hierfür liegt in der Vernetzung. Die Strukturintensität in der Plattenmitte, wo die Verlustleistung berechnet wird, verläuft relativ gleichmäßig von der linken zur rechten Plattenseite, wohingegen sich die Strukturintensität um den Punkt der Kraftanregung konzentrisch ausbreitet, siehe Abbildung 3.3.

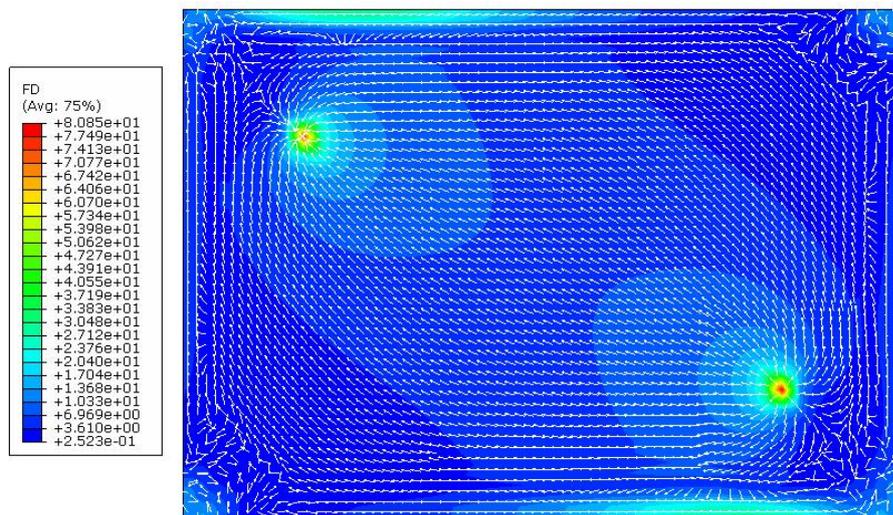


Abbildung 3.3: Verlauf der Strukturintensität in der Platte bei der 1. Eigenfrequenz

Die Elementgröße von 2 mm führt zu einer zu groben Diskretisierung der Ringintegral-Kurve, welche zur Berechnung der Eingangsleistung verwendet wird. Der dortige Fluss der Strukturintensität und die daraus resultierende Eingangsleistung lassen sich somit nicht genau genug bestimmen. Zur Berechnung der Verlustleistung reicht die verwendete Diskretisierung auf Grund des einfachen, gleichmäßigen Intensitätsverlaufes aus.

Die Peaks, die den konstanten Verlauf der Leistungsverhältnisse unterbrechen, sind bei Verwendung der Strukturintensitätsmethode ausgeprägter, siehe Abbildung 3.2. Diese befinden sich ausschließlich in Frequenzbereichen, die zwischen zwei Eigenmoden der Platte liegen. Die Position der Eigenmoden ist an Hand der Peaks in den Leistungsverläufen erkennbar. Die Platte ist in einer Eigenmode schwingfreudiger, wodurch die anregende Kraft wesentlich mehr Energie in die Struktur einleitet. Zwischen den Eigenfrequenzen sind die Werte der Eingangs- und Verlustleistung sehr gering ($\leq 0,1\%$ der maximalen Eingangsleistung). Kleine numerische Ungenauigkeiten in der Berechnung der Strukturintensität haben daher große Auswirkungen auf das Verhältnis der Leistungen. Hierraus resultieren die Peaks. Wäh-

rend der späteren Optimierung wird für den gesamten, betrachteten Frequenzbereich nur ein Verhältniswert gebildet. Hierbei ist der Einfluss dieser schlechten Verhältniswerte auf Grund der geringen Werte der Leistungen vernachlässigbar, da die Leistungen erst über der Frequenz integriert werden, bevor sie ins Verhältnis gesetzt werden.

Für die folgenden Untersuchungen wird die Eingangsleistung nur noch mit der Strukturintensitätsmethode berechnet. Zum einen ist beim späteren Optimierungsmodell auf Grund einer anderen Lastaufbringung die klassische Methode nicht anwendbar und zum anderen ist eine Genauigkeit von 96% sehr gut. Zudem wird sich in weiteren Voruntersuchungen zeigen, dass der Fehler durch eine veränderte Vernetzung noch minimiert werden kann.

Vernetzungseinstellungen

Der Einfluss der Plattendiskretisierung soll ebenfalls untersucht werden, da durch eine zu grobe Diskretisierung das simulierte Strukturverhalten vom realen Strukturverhalten abweicht. Hierzu wird die allseitig gelenkig gelagerte Platte für verschiedene Elementgrößen (2 mm bis 5 mm) bei einer freien Vernetzung untersucht. Das verwendete Plattenmodell enthält zusätzliche Partitionslinien, die für eine feinere Vernetzung entlang der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung sorgen, siehe Abbildung 3.4.

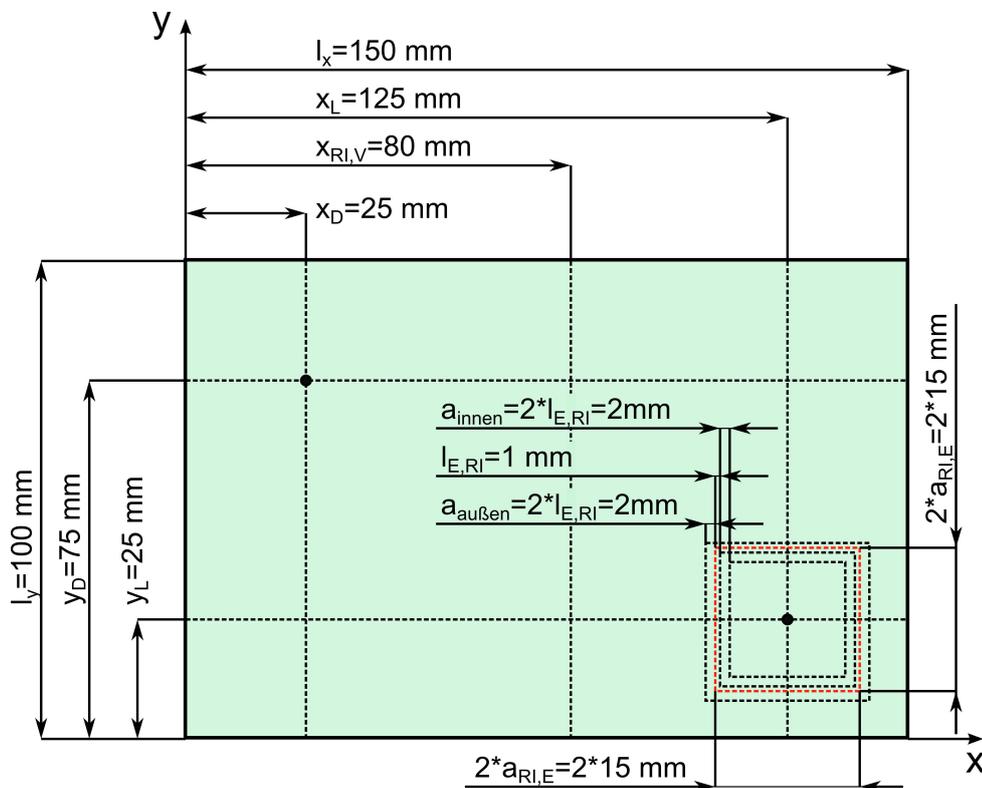


Abbildung 3.4: Plattenmodell mit zusätzlichen Partitionen

Das rot markierte Quadrat entspricht der beibehaltenen Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung. Für die Kanten dieses Quadrats sowie die Kanten des darin enthaltenen Quadrats im Abstand $l_{E,RI}$ wird eine feinere Vernetzung mit der Elementlänge $l_{E,RI} = 1 \text{ mm}$ definiert. Die Quadrate im Abstand a_{innen} und a_{ausser} zur Ringintegral-Kurve begrenzen die Ausbreitung der feineren Vernetzung in der Platte.

Die gegenübergestellten Verläufe der Leistungsverhältnisse sowie der Eingangs- und Verlustleistungen für die verschiedenen Diskretisierungen sind in Abbildung 3.5 zu sehen.

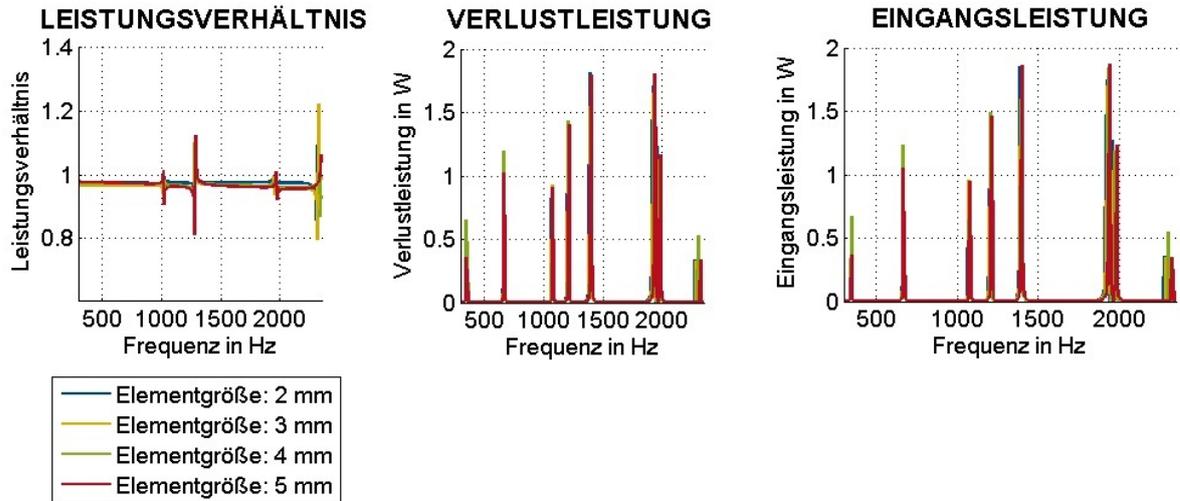


Abbildung 3.5: Variation der Elementgröße

Es zeigt sich, dass sich das Leistungsverhältnis mit abnehmender Elementgröße verbessert, da sich die leicht negative Steigung in Richtung zunehmender Frequenz verringert. Der Einfluss der Elementgröße nimmt somit mit steigender Frequenz zu. Dieses Verhalten erklärt sich dadurch, dass sich die Wellenlänge mit zunehmender Frequenz verkleinert. Daher verringert sich die Anzahl der Elemente pro Wellenlänge und somit die resultierende Genauigkeit des Modells. Es gibt daher Regeln, welche die maximale Elementgröße l_E in Abhängigkeit der maximal betrachteten Frequenz f_{max} sowie der Modellgröße (Länge l) angeben. Bei der empfohlenen Elementgröße wird der numerische Fehler auf Grund einer zu groben Diskretisierung vernachlässigbar klein. Bös [8] fasst diese Regel für akustische FE-Analysen an einer KIRCHHOFFSCHEN Platte der Dicke h und einer linearen Vernetzung zusammen, wonach

$$\frac{\lambda_B(f_{max})}{l_E} > 2\pi \sqrt[4]{2\pi f_{max} B^* l^2} \quad (3.2)$$

mit

$$B^* = \sqrt{\frac{m'}{B}} = \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}} \quad \text{und} \quad \lambda_B(f_{max}) = \sqrt{\frac{2\pi}{f_{max}}} \sqrt[4]{\frac{B}{\rho h}}$$

gilt. Darin entspricht λ_B der Biegewellenlänge, B^* einer Hilfsgröße, die sich aus der Massenbelegung $m' = \rho h$ und der Biegesteifigkeit B berechnet. Einsetzen der verwendeten Material- und Plattengrößen in Gleichung 3.2 führt zur Bedingung

$$\frac{\lambda_B(f_{max} = 2350 \text{ Hz})}{l_E} > 24,11 \quad \Rightarrow \quad l_E < 2,66 \text{ mm.}$$

Dies bedeutet, dass für das verwendete Plattenmodell 25 Elemente pro Biegewellenlänge empfohlen werden, woraus sich eine resultierende Elementgröße kleiner 2,66 mm ergibt.

Der Einfluss der Diskretisierung ist ebenfalls am Verlauf der Eingangs- und Verlustleistung zu sehen, siehe Abbildung 3.5. Die Peaks in diesen Verläufen, die an den Eigenfrequenzen auftreten, verschieben sich mit zunehmender Elementgröße in Richtung steigender Frequenz. Die Abweichung wird zusätzlich mit der Frequenz größer. Für die (1,3)-Mode der Platte sind die numerisch berechneten Frequenzen bei den verschiedenen Elementgrößen der analytisch berechneten Frequenz in Tabelle 3.2 gegenübergestellt. Zusätzlich ist der Fehler bezogen auf die analytisch berechnete Frequenz ersichtlich.

Tabelle 3.2: Einfluss der Diskretisierung auf die (1,3)-Mode der Platte

	analytisch	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm
$f_{1,3}$	2274,4 Hz	2276,7 Hz	2288,2 Hz	2304,0 Hz	2323,1 Hz
Fehler	-	0,1 %	0,61 %	1,3 %	2,14 %

Die (1,3)-Mode entspricht der 8. Platteneigenmode, die bei einer Elementgröße von 2 mm auf 99,9 % genau abgebildet wird. Der Frequenzvergleich zeigt somit ebenfalls, dass eine Elementgröße von 2 mm ausreichend ist, sodass die folgenden Voruntersuchungen mit dieser Elementgröße durchgeführt werden.

In einem nächsten Schritt wird der Unterschied und Einfluss der linearen, viereckigen Schalelemente S4 und S4R, die Abaqus zur Verfügung stellt, untersucht. Der Unterschied liegt in der numerischen Integration der Elementsteifigkeitsmatrizen. Das S4-Element wird vollintegriert, das heißt an vier Integrationspunkten nahe der Elementknoten. Das S4R-Element hingegen wird reduziert integriert, was einem Integrationspunkt in der Elementmitte entspricht. Für weitere Ausführungen sei auf die Abaqushilfe [2] verwiesen. Die gegenübergestellten Verläufe des Leistungsverhältnisses sowie der Eingangs- und Verlustleistung sind in Abbildung 3.6 zu sehen.

Ein nennenswerter Einfluss des Elementtyps auf das Leistungsverhältnis ist nicht zu erkennen. Unterschiede treten nur in den Ausreißern auf, welche, wie bereits beschrieben, zu vernachlässigen sind. Auch die Verläufe der Eingangs- und Verlustleistung weisen keine großen

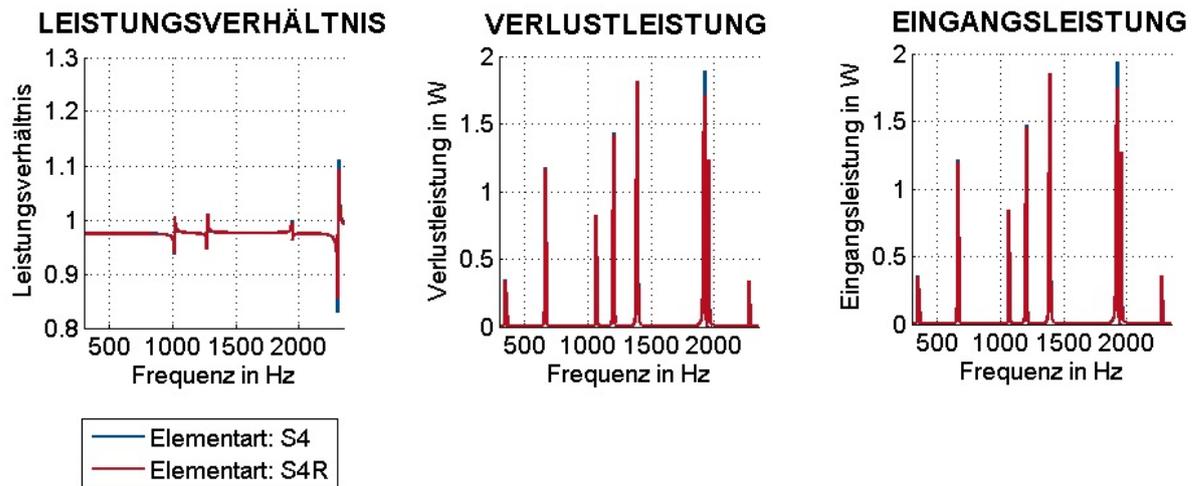


Abbildung 3.6: Vergleich der Elemente S4 und S4R

Unterschiede für beide Elementtypen auf. Der Vergleich der numerisch ermittelten Eigenfrequenzen mit der analytisch berechneten Eigenfrequenz zeigt, dass bei der verwendeten Diskretisierung mit beiden Elementtypen die realen Eigenfrequenzen sehr gut angenähert werden, siehe Tabelle 3.3. Der maximale Fehler ist mit 0,27% sehr gering.

Tabelle 3.3: Gegenüberstellung der analytisch und numerisch berechneten Eigenmoden für die Elementtypen S4 und S4R

Eigenfrequenz	analytisch	S4	Fehler S4	S4R	Fehler S4R
$f_{1,1}$	347,9Hz	347,0Hz	0,26%	347,0Hz	0,26%
$f_{2,1}$	669,0Hz	667,3Hz	0,25%	667,2Hz	0,27%
$f_{1,2}$	1070,3Hz	1069,9Hz	0,04%	1069,8Hz	0,05%
$f_{3,1}$	1204,1Hz	1202,5Hz	0,13%	1202,4Hz	0,14%
$f_{2,2}$	1391,4Hz	1388,6Hz	0,2%	1388,3Hz	0,22%
$f_{3,2}$	1926,6Hz	1922,1Hz	0,23%	1921,4Hz	0,27%
$f_{4,1}$	1953,3Hz	1952,9Hz	0,02%	1952,5Hz	0,04%
$f_{1,3}$	2274,4Hz	2277,0Hz	0,1%	2276,7Hz	0,1%

Da kein nennenswerter Unterschied festgestellt werden kann und die Berechnung für S4R-Elemente laut Abaqushilfe [2] schneller ist, werden diese für die folgenden Untersuchungen verwendet.

Abaqus bietet die Möglichkeit ein Modell strukturiert, frei oder in einer Kombination beider Arten zu vernetzen. Bei einer freien Vernetzung verwendet Abaqus neben den Viereckselementen auch Dreieckselemente. Diese bilden im Allgemeinen das reale Strukturverhalten schlechter ab [16]. Die Resultate der drei Vernetzungsarten an der Platte sind in Abbildung

3.7 zu sehen. In der kombinierten Variante ist der Bereich um die Krafteinleitung frei und die restliche Platte strukturiert vernetzt.

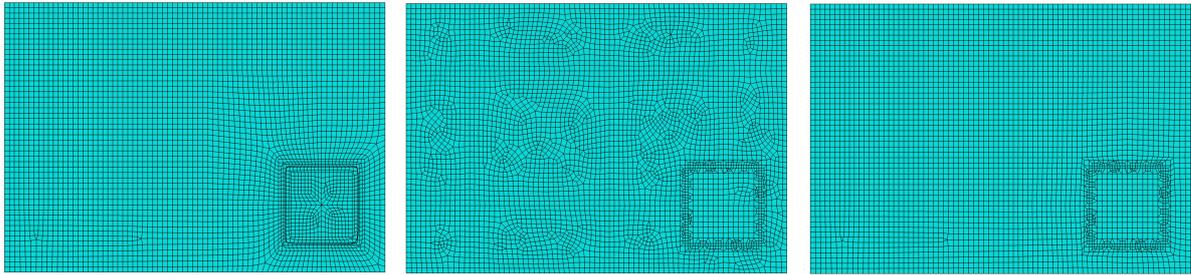


Abbildung 3.7: Strukturierte (links), freie (mitte) und kombinierte (rechts) Vernetzung der Platte

Die zugehörigen Verläufe des Leistungsverhältnisses sowie der Eingangs- und Verlustleistung sind in Abbildung 3.8 zu sehen.

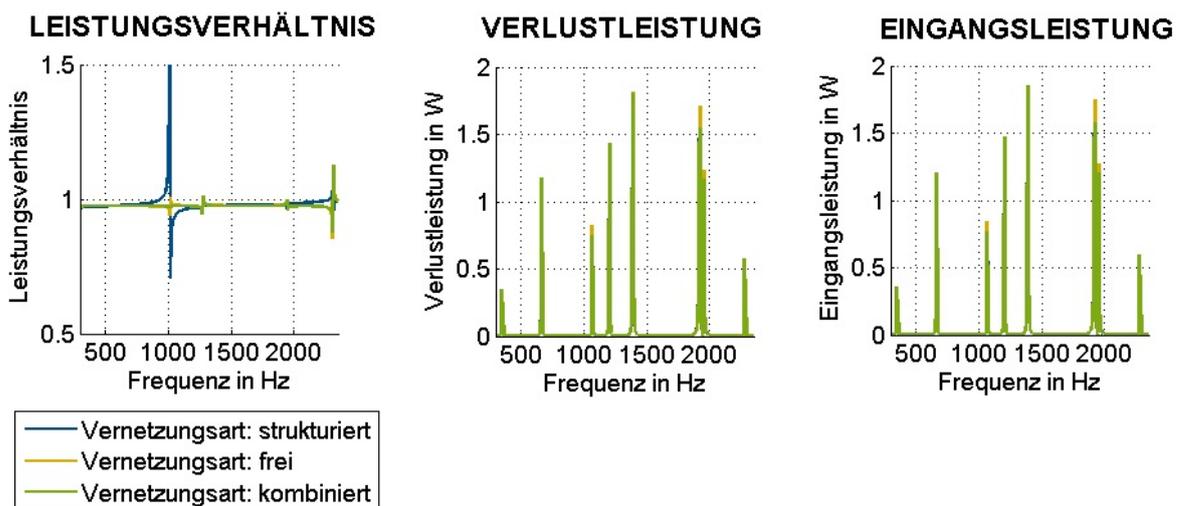


Abbildung 3.8: Vergleich der strukturierten, freien und kombinierten Vernetzung

Es zeigt sich, dass die drei Vernetzungsarten beim verwendeten Plattenmodell den Verlauf des Leistungsverhältnisses kaum beeinflussen. Die Unterschiede wirken sich lediglich auf die Peaks aus, die, wie bereits erwähnt, zu vernachlässigen sind. Die Verläufe des Leistungsverhältnisses der freien und kombinierten Vernetzung besitzen die geringeren Peaks, sodass sie über den gesamten Frequenzbereich gesehen konstanter sind. Aus diesem Grund wird für die folgenden Voruntersuchungen eine freie Vernetzung gewählt. Des Weiteren lassen sich viele Modelle realer Strukturen nicht durchgehend strukturiert vernetzen, da sie beispielsweise viele Rundungen in ihrer Geometrie besitzen.

Es hat sich gezeigt, dass die Strukturintensitätsmethode genauer wird, wenn die Netzdiskretisierung an der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung feiner ist, vergleiche Abbildung 3.2 (grobe Diskretisierung) und 3.6 (feinere Diskretisierung). Daher wird der Einfluss der Elementgröße $l_{E,RI}$ an der Ringintegral-Kurve näher untersucht. Zusätzlich wird überprüft, welchen Einfluss der gewählte Abstand $a_{RI,E}$ der Ringintegral-Kurve zum Punkt der Kraftanregung besitzt. Dabei wird das an den vier Ecken fest eingespannte Plattenmodell aus Abbildung 3.4 mit einer freien Vernetzung verwendet. Die resultierenden Verläufe des Leistungsverhältnisses dieser Parametervariationen sind in den Abbildungen 3.9, 3.10 und 3.11 zu sehen.

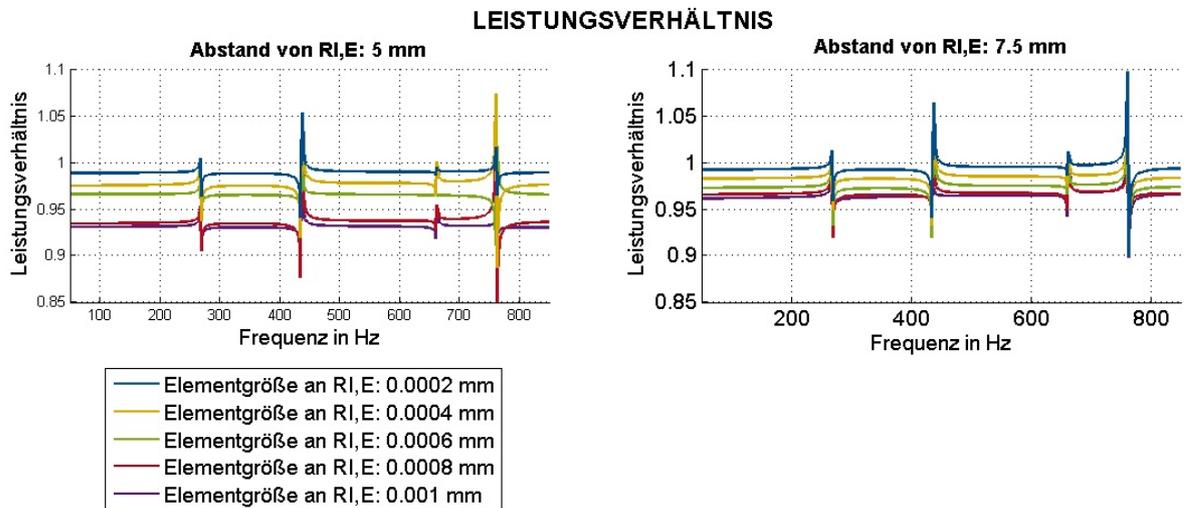


Abbildung 3.9: Variation der Elementgröße zur Berechnung der Eingangsleistung nahe der Kraftanregung

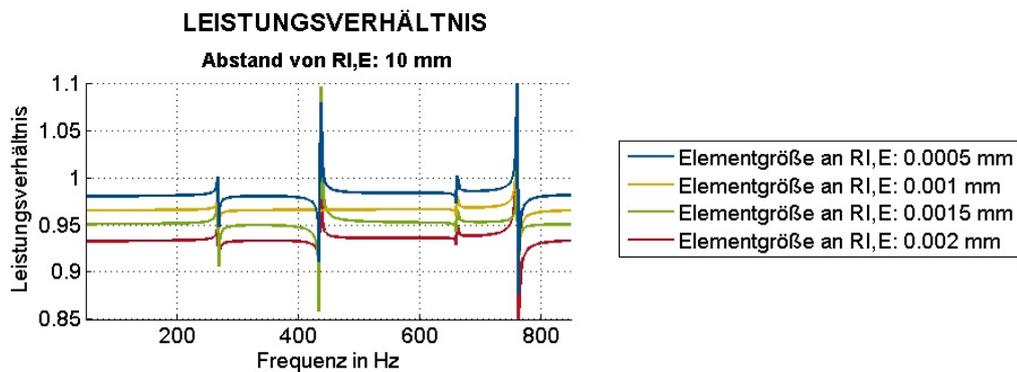


Abbildung 3.10: Variation der Elementgröße zur Berechnung der Eingangsleistung in größerem Abstand zur Kraftanregung

Wird der Abstand $a_{RI,E}$ der Ringintegral-Kurve (in den Bildbeschriftungen mit RI,E abgekürzt) konstant gehalten und nur die Elementgröße $l_{E,RI}$ variiert, zeigt sich, dass eine

feinere Elementgröße unabhängig vom Abstand zu besseren Ergebnissen führt, vergleiche Abbildung 3.9 und 3.10. Der Kurvenverlauf rückt immer näher an den Wert 1 heran. Im direkten Vergleich der Abbildungen 3.9 und 3.10 zeigt sich auch, dass bei einem größeren Abstand $a_{RI,E}$ auch die Elementgröße $l_{E,RI}$ größer sein darf, um ein vergleichbar gutes Ergebnis zu erhalten wie ein kleinerer Abstand in Kombination mit einer kleineren Elementgröße. Bei Umrechnung beider Größen auf die verwendete Elementanzahl zur Berechnung der Eingangsleistung wird ersichtlich, dass die Elementanzahl nicht direkt ausschlaggebend für den Verlauf des Leistungsverhältnisses ist. So muss die Elementanzahl nahe der Kraftereinleitung deutlich höher sein, um ein genauso gutes Ergebnis zu liefern, vergleiche hierzu Tabelle 3.4. Dieses Verhalten wird besonders in Abbildung 3.11 deutlich. Dort ist die Elementgröße konstant und der Abstand variiert, jedoch jeweils in einem größerem Abstand zur Kraftereinleitung, als es in den Abbildungen 3.9 und 3.10 der Fall war. Durch die Abstandsvergrößerung steigt die verwendete Elementanzahl. Ebenso steigt auch der Wert des Leistungsverhältnisses an, allerdings in deutlich geringerem Maße.

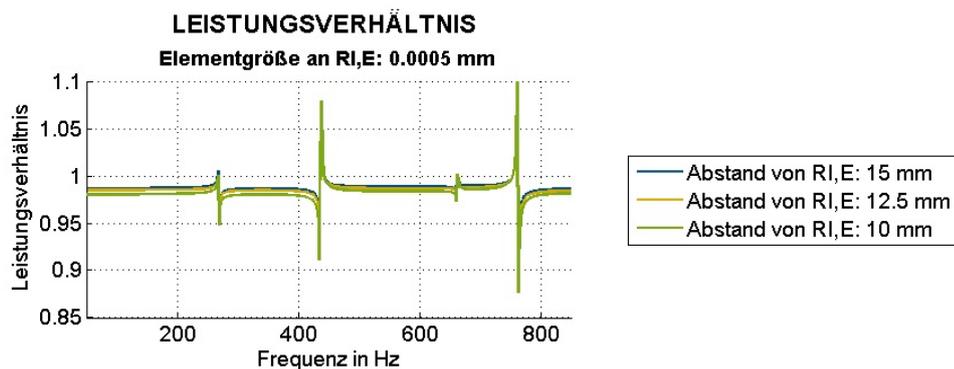


Abbildung 3.11: Variation des Abstands der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung zum Kraftangriffspunkt

Um die gesamte Elementanzahl des Modells so gering wie möglich zu halten, ist ein größerer Abstand der Ringintegral-Kurve zur Kraftereinleitung zu empfehlen, da so das Verhältnis zwischen der Elementgröße an der Ringintegral-Kurve zur globalen Elementgröße des Modells nicht zu groß wird. Für das verwendete Modell stellt ein Abstand von $a_{RI,E} = 15$ mm mit einer Elementgröße von $l_{E,RI} = 1$ mm eine gute Kombinationsmöglichkeit dar.

Da die Position $a_{RI,E}$ einen Einfluss auf die Berechnung der Eingangsleistung hat, wird nun ebenfalls die Position der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung $x_{RI,V}$ im Bereich 30 mm bis 120 mm variiert. Das hierbei verwendete Modell entspricht dem ursprünglichen Modell aus Abschnitt 3.1.2 *Berechnungsart der Eingangsleistung*. Die zugehörigen Verläufe des Leistungsverhältnisses sind in Abbildung 3.12 dargestellt.

Tabelle 3.4: Übersicht der relevanten Größen der Abstands- und Elementgrößenvariation

Abstand $a_{RI,E}$ in mm	Elementgröße $l_{E,RI}$ in mm	resultierende Elementanzahl	Leistungsverhältnis bei $f = 51$ Hz
5	0,2	200	0,988
5	0,4	100	0,975
5	0,6	≈ 64	0,966
5	0,8	50	0,934
5	1,0	40	0,931
7,5	0,2	300	0,992
7,5	0,4	150	0,982
7,5	0,6	100	0,972
7,5	0,8	75	0,965
7,5	1,0	60	0,961
10	0,5	80	0,98
10	1,0	40	0,965
10	1,5	≈ 27	0,95
10	2,0	20	0,93
12,5	0,5	100	0,986
15	0,5	120	0,985

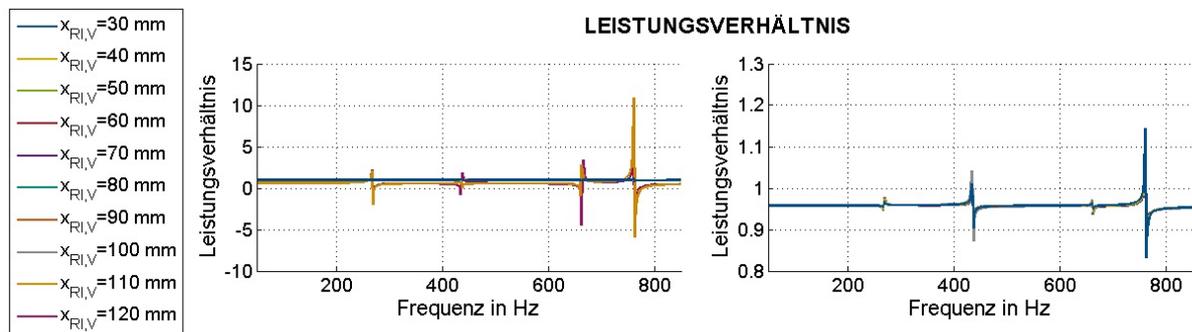


Abbildung 3.12: Variation der Position der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung

Es ist zu erkennen, dass die Verläufe des Leistungsverhältnisses im Bereich nahe der Eingangsleistung bei $x_{RI,V} = 110$ mm und $x_{RI,V} = 120$ mm von den übrigen Verläufen abweichen und im Vergleich deutlich schlechter sind. Dieses Verhalten liegt, wie in Abschnitt 3.1.2 *Berechnungsart der Eingangsleistung* bereits beschrieben, am Verlauf der Strukturintensität, die um die Kraftanregung in ihrer Richtung stärker variiert als im mittleren Plattenbereich, weswegen dort eine feinere Diskretisierung für genauere Ergebnisse nötig ist. Die Verläufe des Leistungsverhältnisses im Bereich 30 mm bis 100 mm weisen keinen nennenswerten Unterschiede auf, vergleiche Abbildung 3.12 (rechts).

Die Verwendung von Punktlasten in der FEM kann zu numerischen Singularitäten führen [21]. Daher wird die bisher verwendete Kraft als Last mit einer Flächenlast verglichen. Die Flächenlast wird durch einen Druck von $0,0625 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ auf einem Quadrat im Abstand von 2 mm um den Kraftangriffspunkt definiert. Damit ist die resultierende Kraft der Flächenlast ($16 \text{ mm}^2 \cdot 0,0625 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1 \text{ N}$) mit der der Punktlast identisch. Es wird das an den vier Ecken eingespannte Plattenmodell bei einer freien Vernetzung mit einer globalen Elementgröße von 2 mm verwendet. Die Verläufe des Leistungsverhältnisses sowie der Eingangs- und Verlustleistung sind in Abbildung 3.13 zu sehen.

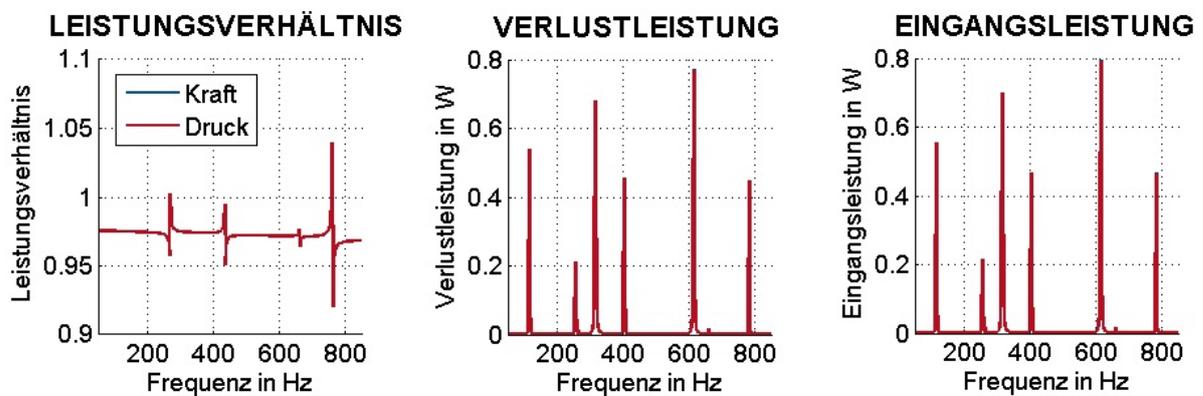


Abbildung 3.13: Vergleich der Lastarten Kraft und Flächenlast

Für beide Lastarten sind die Verläufe nahezu identisch, weswegen für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen die Art der Lastaufbringung frei wählbar ist.

Zur Dämpfung werden beim späteren Optimierungsmodell keine diskreten Dämpfer, sondern Dämpfungsbeläge verwendet. Daher werden mögliche Modellierungsvarianten einer Verbindung aus Platte und Dämpfungsbelag getestet und miteinander verglichen. Hierbei sind drei Aspekte der Modellierung variiert worden:

1. Modelltyp des Dämpfungsbelags
 - Volumenstruktur mit Volumenelementen
 - Schalenstruktur mit Schalenelemente
2. Verbindungsart zwischen Platte und Dämpfungsbelag
 - Tie
 - Merge Geometry

-
- Merge Nodes

3. Position der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung

- 0 Elemente Abstand zum Dämpfungsbelag
- 1 Element Abstand zum Dämpfungsbelag
- 2 Elemente Abstand zum Dämpfungsbelag
- 3 Elemente Abstand zum Dämpfungsbelag

Die Verbindungsart *Tie* (zu deutsch *binden*, *verankern*) ist eine flächenbasierte Verbindung. Hierbei wird eine der Verbindungsflächen als *Master*- und die anderen als *Slave*-Fläche definiert. Das *Tie* zwingt alle Knoten der *Slave*-Fläche sich exakt so zu verhalten wie der nächstgelegene Knoten in der *Master*-Fläche. *Merge* (zu deutsch *vereinigen*, *verschmelzen*) entspricht einem Verschmelzen der gewählten Modellparts zu einem einzigen Bauteil. Hierbei kann zwischen dem Verschmelzen der Geometrie und dem Verschmelzen der Knoten gewählt werden. Werden die Knoten miteinander verschmolzen, existiert das neu entstehende Bauteil nur noch als Netzmodell. Eine gleiche Vernetzung der zu verschmelzenden Bereiche ist zu empfehlen, da so sichergestellt wird, dass das entstehende Netz des neuen Bauteils keine Verzerrungen aufweist. Es wird so dem vorherigen Netzbild gleichen. Bei einer Geometri Verschmelzung kann dem verschmelzten Bereich nur ein Material zugewiesen werden. Zudem werden sich exakt treffende Grenzen entfernt. Dies bedeutet im vorliegenden Fall für das Verschmelzen eines Dämpfungsbelags aus Volumenelementen und der Platte, dass die Platte im Verbindungsbereich entfernt wird, d.h. dass unter dem Dämpfungsbelag keine Platte mehr existiert. Ist der Dämpfungsbelag ebenfalls aus Schalenelementen wie die Platte, werden nur die Elemente und damit das Material einer der beiden Parts erhalten bleiben. Der bei *Merge* Geometry eingesetzte Modellaufbau verwendet daher keinen Dämpfungsbelag im normalen Sinne, sondern besteht aus Schalenelementen, denen das Plattenmaterial Stahl zugeordnet ist. Allerdings wird dem Stahl für diese Elemente der Dämpfungswert des ursprünglichen Dämpfungsmaterials zugewiesen. Für eine ausführlichere Beschreibung der Verbindungsarten *Tie* und *Merge* sei auf die Abaqushilfe [3] verwiesen.

Die verschiedenen, getesteten Positionen der Ringintegral-Kurve, 0-3 Elemente Abstand zum Dämpfungsbelag, sind in Abbildung 3.14 veranschaulicht. Darin sind die verschiedenen Bereiche der Elemente, die zur Berechnung der Verlustleistung verwendet werden, farblich markiert.

Verwendet wird die allseitig gelagerte Platte bei einer kombinierten Vernetzung mit einer globalen Elementgröße von 2 mm und einer Elementgröße von 1 mm an der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung. Der betrachtete Frequenzbereich wird jeweils

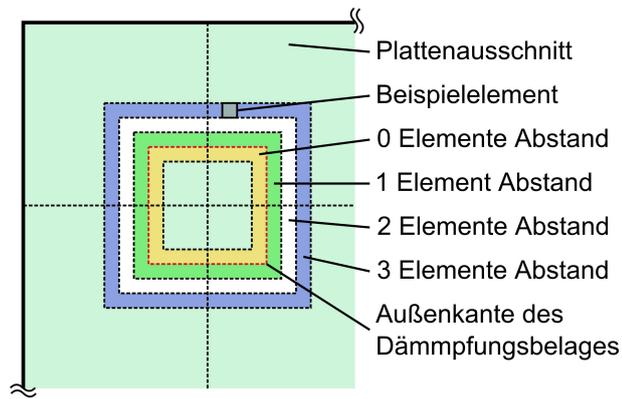


Abbildung 3.14: Vergleichene Positionen der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung um den Dämpfungsbelag

so angepasst, dass er exakt von der 1. bis zur 8. Eigenfrequenz des jeweiligen Modells reicht. Die Ergebnisse der getesteten Kombinationen aus Modellierungsart des Dämpfungsbelags, Verbindungsart und Position der Ringintegral-Kurve sind in Tabelle 3.5 zusammengefasst.

Es zeigt sich, dass auch hier der Einfluss des Abstandes der Ringintegral-Kurve eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielt. Die Ergebnisse werden mit zunehmendem Abstand besser (der Leistungsverhältniswert nähert sich dem Wert 1 an). Des Weiteren zeigt sich, dass die Unterschiede zwischen den verschiedenen getesteten Modellierungs- und Verbindungsvarianten sehr gering sind, solange ein Abstand von 2 oder 3 Elementen zum Dämpfungsbelag eingehalten wird. Bei Verwendung eines Elementabstandes von Null erreicht das Leistungsverhältnis bei einem Dämpfungsbelag aus Volumenelementen unsinnig hohe Werte. Da die verwendeten Elemente hierbei schon innerhalb des Dämpfungsbelags liegen, müsste das Verhältnis rechnerisch unter 1 liegen. Die Ursache für dieses Verhalten ist nicht klar. Eine Möglichkeit ist, dass dadurch, dass alle Knoten der verwendeten Elemente durch die Verbindungsdefinition mit einer Zwangsbedingung belegt sind, Abweichungen im Modellverhalten entstehen und diese zu einer fehlerhaften Berechnung der Strukturintensität führen. Der Test mit einem Dämpfungsbelag mit abgerundeten Ecken schließt Singularitäten an den Ecken des Dämpfungsbelags als Grund für das Problem aus. Da der Einfluss zwangsbelegter Knoten auf die korrekte Berechnung der Strukturintensität noch nicht geklärt ist, sollte ebenfalls kein Elementabstand von Eins verwendet werden. Somit sollte der Abstand mindestens 2 Elemente betragen. Die Kombination aus einem Dämpfungsbelag als Volumenstruktur und *Tie* als Verbindungsart zeigt hierbei die besten Ergebnisse.

Tabelle 3.5: Vergleich der Verbindungsart-Varianten zwischen Platte und Dämpfungsbelag

Strukturtyp des Dämpfungsbelags	Verbindungsart	Abstand der Ringintegral-Kurve zum Dämpfungsbelag	Leistungsverhältnis	Bemerkung
Volumenstruktur	Tie	0 Elemente	9,9	
Volumenstruktur	Tie	0 Elemente	10,5	1
Volumenstruktur	Tie	0 Elemente	9,6	2
Schalenstruktur	Tie	0 Elemente	0,62	
Volumenstruktur	Merge Knoten	0 Elemente	8,8	
Schalenstruktur	Merge Geometrie	0 Elemente	0,59	3
Volumenstruktur	Tie	1 Elemente	0,941	
Schalenstruktur	Tie	1 Elemente	1,153	
Volumenstruktur	Merge Geometrie	1 Elemente	0,8	4
Schalenstruktur	Merge Geometrie	1 Elemente	1,101	3
Volumenstruktur	Tie	2 Elemente	1,007	
Schalenstruktur	Tie	2 Elemente	1,018	
Schalenstruktur	Merge Geometrie	2 Elemente	1,01	3
Volumenstruktur	Tie	3 Elemente	1,0	
Schalenstruktur	Tie	3 Elemente	1,019	
Schalenstruktur	Merge Geometrie	3 Elemente	1,0	3

Erläuterung der Bemerkungen:

- 1 Ecken des Dämpfungsbelags sind abgerundet; Radius 3,0 mm
- 2 Ecken des Dämpfungsbelags sind abgerundet; Radius 1,5 mm
- 3 Platte besitzt an Position des Dämpfungsbelags das Material der Platte mit dem Dämpfungswert des Dämpfungsbelags
- 4 Die Platte existiert durch *Merge* an der Stelle des Dämpfungsbelags nicht mehr; die Vernetzung ist frei

Position und Anzahl der Frequenzstützstellen

Der Frequenzbereich, für den ein Leistungsverhältniswert berechnet wird, wird an Hand der gewählten Schrittzahl n_f unterteilt. Die Schrittzahl entspricht dabei der Anzahl der linear verteilten Stützstellen. Die Anfangs- und Endfrequenz stellen somit auch jeweils eine Stützstelle dar, sodass die Schrittzahl mindestens zwei betragen muss. Es gibt als Alternative zur linearen Stützstellen-Verteilung die Möglichkeit zu bestimmen, dass alle Eigenmoden, die im gewählten Frequenzbereich liegen, als Frequenzstützstellen dienen. Damit dies möglich ist, müssen die Eigenfrequenzen in einem vorhergehenden Schritt berechnet werden. Wird die Frequenzunterteilung an Hand der Eigenfrequenzen gewählt, so bezieht sich

die Schrittzahl auf den Bereich zwischen zwei Eigenfrequenzen. Wird beispielsweise eine Schrittzahl von $n_f = 3$ gewählt, so kommt zu den Eigenfrequenzen als Stützstelle jeweils noch die Frequenz mittig zwischen zwei Eigenfrequenzen hinzu.

Zum einen wird der Einfluss von Eigenfrequenzen als Stützstellen im Vergleich zu einer rein linearen Stützstellenverteilung untersucht und zum anderen wird überprüft, wie sich die Schrittzahl bei beiden Varianten auswirkt. Hierbei wird das Modell der allseitig gelenkig gelagerten Platten bei einer freien Vernetzung verwendet. Die globale Elementgröße beträgt 2 mm und die Elementgröße an der Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Eingangsleistung beträgt 1 mm. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Tabelle 3.6 zusammengefasst.

Tabelle 3.6: Ergebnisse der Frequenzstützstellen-Variation

Eigenfrequenzen als Stützstellen	Schrittanzahl	resultierende Stützstellenanzahl	Leistungsverhältnis	Verlustleistung	Eingangsleistung
ja	2	10	0,9744	985,18	1011,11
nein	10	10	0,9754	4,22	4,33
ja	3	19	0,9744	492,83	505,8
nein	19	19	0,9754	2,57	2,64
ja	4	28	0,9744	328,88	337,54
nein	28	28	0,9728	3,39	3,48
ja	5	37	0,9744	247,04	253,54
nein	37	37	0,9691	15,08	15,56
ja	6	46	0,9744	198,02	203,23
nein	46	46	0,9755	9,2	9,43
ja	7	55	0,9744	165,41	169,76
nein	55	55	0,9754	3,29	3,37
ja	60	550	0,9747	22,95	23,55
nein	550	550	0,9757	13,05	13,37
ja	110	1000	0,9749	17,5	17,95
nein	1000	1000	0,9752	15,29	15,67
ja	222	2008	0,9751	15,38	15,78
nein	2008	2008	0,9751	14,99	15,37

Die Anzahl der Stützstellen, in die der betrachtete Frequenzbereich unterteilt wird, besitzt einen vernachlässigbar geringen Einfluss auf das ermittelte Leistungsverhältnis. Werden die Eigenfrequenzen mit als Stützstellen verwendet, so ist der Einfluss sogar kaum wahrzunehmen.

men. Der Einfluss der Stützstellenanzahl auf die Eingangs- und Verlustleistung ist hingegen nicht zu vernachlässigen. Bei Betrachtung der Leistungswerte, bei denen die Eigenfrequenzen unter den Stützstellen sind, zeigt sich, dass die Leistungswerte mit zunehmender Stützstellenanzahl abnehmen. Die Leistungswerte in den Eigenfrequenzen selbst sind sehr hoch im Vergleich zu den Werten zwischen den Eigenfrequenzen. Somit fallen bei zunehmender Stützstellenanzahl zwischen den Eigenfrequenzen die hohen Leistungswerte an den Eigenfrequenzen im Mittel immer weniger ins Gewicht. Bei einer linearen Verteilung der Stützstellen hängt der Wert beider Leistungen zudem davon ab, wie nahe diese Stützstellen an den Eigenfrequenzen liegen. Da die Eigenfrequenzen durch die lineare Verteilung bei einer geringen Schrittzahl schlecht bis gar nicht getroffen werden, sind die Leistungswerte entsprechend gering. Dies ist auch der Grund, weswegen die Verläufe der Verlust- und der Eingangsleistung, die in den Abbildungen in diesem Kapitel gezeigt wurden, den wahren Verlauf nur qualitativ und nicht quantitativ widerspiegeln. Wird bei verschiedenen Modellvarianten auf gleiche Frequenzeinstellungen geachtet (gleiche Schrittzahl, nur Eigenmoden als Stützstellen, die gleiche Anzahl an Eigenmoden als Stützstellen), so lassen sich die Leistungen der Modelle auch quantitativ miteinander vergleichen. Mit zunehmender Anzahl an Stützstellen, konvergieren die Leistungsgrößen beider Frequenzbereichsunterteilungen gegen den wahren Leistungswert. Da die Rechenzeit nahezu proportional mit der Anzahl an Stützstellen steigt, welche aber in Bezug auf das relevante Leistungsverhältnis keine Rolle spielt, ist die Unterteilung an den Eigenfrequenzen bei einer Schrittzahl von 2 zu empfehlen.

3.2 Optimierungsmodell

In diesem Abschnitt wird das eigentliche Optimierungsmodell ausgewählt sowie der erstellte Aufbau des zugehörigen FE-Modells beschrieben. Abschließend wird auf die Modellierung der Dämpfungsverteilung eingegangen.

Als Struktur, an der in dieser Arbeit die numerische Optimierung der Dämpfungsverteilung durchgeführt wird, ist der Unterboden eines Kraftfahrzeugs gewählt worden. Hierfür gibt es verschiedene Gründe. Unabhängig von der gewählten Struktur ist zunächst einmal die Verwendung eines realen Bauteils generell anschaulicher. Das ausgewählte Bauteil sollte ebenfalls eines sein, bei welchem auch in der Realität das Aufbringen eines Dämpfungsbelags sinnvoll wäre oder bereits gemacht wird. Genau dies ist beim Unterboden der Fall. Nach GENUIT [9] spielen die akustischen Fahrzeugeigenschaften eine wesentliche Rolle dabei, wie ein Fahrer oder Beifahrer den Fahrkomfort eines Autos empfinden. Die Geräusche im Fahrzeuginnenraum haben vielfältige Ursachen, wie Standgeräusche, Antriebsgeräusche, Reifenabrollgeräusche, Windgeräusche oder Funktionsgeräusche. PFLÜGER [19] fasst die Stand- und Antriebsgeräusche zu den vom Powertrain² verursachten Geräuschen zusammen. Da der direkt vom Powertrain abgestrahlte Luftschall die umliegenden Bauteile zu Schwingungen anregt, breiten sich diese durch Körperschall weiter in der Karosserie aus. Diese schwingenden Bauteile strahlen wiederum Luftschall ab, wodurch beispielsweise Motorgeräusche im Innenraum eines Kraftfahrzeug hörbar werden. Auf gleichem Weg gelangen auch die übrigen Geräusche zu den Insassen. Eines der Bauteile im Auto, das induzierten Körperschall in Form von Luftschall ins Fahrzeuginnere leitet, ist der Unterboden, weswegen an ihm Entdröhn- und Isolationsmaßnahmen vorgenommen werden [19].

Der Unterboden ist Teil der Karosserie eines Autos. Aus produktionslogistischer Sicht wird die Karosserie unterteilt in den Unterbau, den Aufbau und die Anbauteile [17]. Je nach Fahrzeugklasse und Bauweise unterscheidet sich der Aufbau des Unterbaus. In der für Pkws klassischen selbsttragenden Bauweise [10], bilden Quer- und Längsträger zusammen mit dem Bodenblech oder den Bodenblechen die Basis der Bodengruppe [7]. Die Baugruppe aus Quer- und Längsträgern zusammen mit einem Bodenblech stellt in dieser Arbeit den Unterboden dar. Als Teil der Karosserie übernimmt der Unterboden mit die Aufgabe die Fahrwerk- und Antriebsbaugruppen zu tragen und zu stützen sowie auftretende Kräfte und Momente aufzunehmen [10], [7]. In Richtung Straße hat der Unterboden ebenfalls Anforderungen bezüglich der Aerodynamik zu erfüllen. Diese Aufgabe wird aber oft durch eine Unterbo-

² Der Powertrain umfasst bei PFLÜGER [19] den Motor-Getriebe-Verband inklusive aller Nebenaggregate, den Antriebsstrang bis zum angetriebenen Rad sowie die Ansaug- und Abgasanlage.

denverkleidung abgenommen, welche zusätzlich die Karosserie vor Umwelteinflüssen von unten schützt [9].

3.2.1 Modellaufbau

Der Aufbau der Unterbodenbaugruppe ist zusammen mit den Hauptabmessungen in Abbildung 3.15 dargestellt.

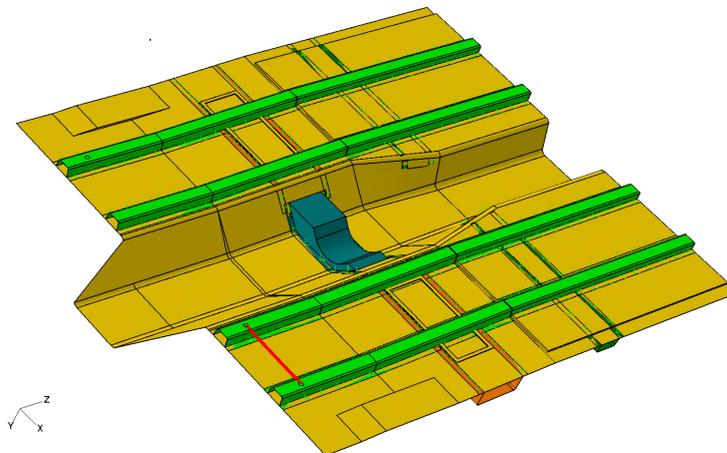
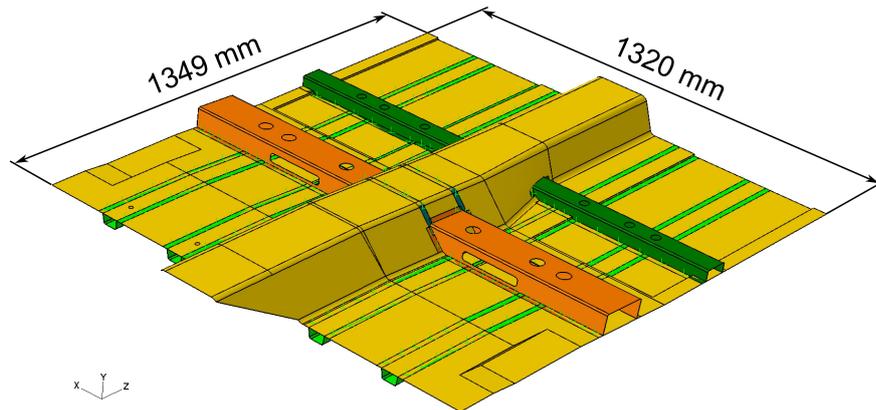


Abbildung 3.15: Aufbau des Unterbodenmodells

Der Unterboden besteht aus den beschriebenen Basiskomponenten der Bodengruppe eines Pkws: zwei vordere (orange) und zwei hintere (dunkelgrün) Querträger, jeweils zwei Längsträger (hellgrün) auf der linken und rechten Seite sowie ein Bodenblech (gelb). Des Weiteren ist auf der Unterseite noch ein Tunnelblech (blau) angebracht, welches für zusätzliche Stabilität sorgt. Ebenfalls zu sehen ist ein Balken (rot), der sich auf der rechten Unterbodenseite zwischen den Längsträgern befindet. Über diesen Balken wird die Anregungskraft in die Struktur eingeleitet. Er ist über zwei MPCs (Multi-Point Constraints) mit dem Unterboden

verbunden. Eine Beschreibung der Funktionsweise von MPCs ist in der Abaqushilfe [3] zu finden. Mit Ausnahme des Balkens sind alle Bauteile Schalenstrukturen. Das FE-Modell dieser Unterbodenbaugruppe wird am Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM der TU Darmstadt verwendet. Seitens des SzM bestehen einige Vorgaben an das Modell, die in dieser Arbeit übernommen werden. Hierzu zählt der beschriebene Aufbau zur Krafteinleitung. Er stellt in vereinfachter Weise die Kraftübertragung des Fahrwerks dar. Des Weiteren sind die Schalendicken der Bauteile vorgegeben. Das Bodenblech besitzt eine Dicke von 0,8 mm, die vorderen Querträger sowie die Längsträger von 1,6 mm und die hinteren Querträger sowie das Tunnelblech von 2,0 mm. Alle Bauteile sind aus Stahl mit folgenden Materialparameter modelliert: Elastizitätsmodul $E = 2,0405 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, Dichte $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, Querkontraktionszahl $\nu = 0,28$ und Strukturdämpfung $\eta_S = 0,005$.

Die Verbindung der Bauteile miteinander wird durch *Fasteners* (zu deutsch *Befestigungselemente*) modelliert, die Punkt-zu-Punkt-Verbindungen von zwei oder mehr Flächen definieren. In diesem FE-Modell stellen die Fasteners Schweißpunkte dar. Für eine ausführlichere Beschreibung dieser Verbindungselemente sei auf die Abaqushilfe [3] verwiesen. Die Verteilung und Anzahl der verwendeten Schweißpunkte ist ebenfalls vorgegeben. Auch die äußere Randbedingung des Modells wird gemäß der Vorgabe umgesetzt. Es ist eine gelenkige Lagerung aller äußeren Kanten des Bodenblechs. Hierdurch wird die reale Einbausituation des Unterboden stark vereinfacht angenommen.

Da die Voruntersuchungen ergeben haben, dass die Lastart frei wählbar ist, vergleiche Abschnitt 3.1.2 *Art der Lastaufbringung*, wird als Anregungskraft eine Linienlast verwendet, die auf dem gesamten Balken in negative y-Richtung angreift und eine resultierende Kraft von 1 N aufbringt. Als Analyseverfahren in Abaqus wird die *direct-solution steady-state dynamic analysis* verwendet. Diese Methode berechnet die Systemantworten eines harmonisch angeregten Systems im eingeschwungenen Zustand [1]. Hierbei erregt die definierte Linienlast in den definierten Frequenzen sinusförmig den Balken. Der Frequenzbereich wird so gewählt, dass er unabhängig von der späteren Geometrie des Dämpfungsbelags die ersten 15 Eigenmoden umfasst. Er reicht von 40 Hz bis 191 Hz. Die Unterteilung des Frequenzbereichs wird anhand der Eigenmoden bei einer Schrittzahl von 2 vorgenommen. Diese Wahl stützt sich auf die Ergebnisse der Voruntersuchungen, vergleiche Abschnitt 3.1.2 *Position und Anzahl der Frequenzstützstellen*. Damit die Eigenmoden als Frequenzstützstellen verwendet werden können, wird vor der *steady-state dynamic analysis* eine Modalanalyse zur Bestimmung der Eigenfrequenzen durchgeführt.

Die Voruntersuchungen an der Platte zeigen, dass die Modellierung des Dämpfungsbelags als Volumenstruktur bei gleichzeitiger Verknüpfung zum Untergrund mittels der Verbindungsart *Tie* am sinnvollsten ist, vergleiche Abschnitt 3.1.2 *Verwendung eines Dämpfungsbelags - Modellierung und Position der Ringintegral-Kurve*. Des Weiteren empfehlen die Voruntersuchungen, dass die Ringintegral-Kurve zur Berechnung der Verlustleistung, welche um den Dämpfungsbelag verläuft, einen Abstand zu diesem besitzen sollte. Der Abstand sollte so gewählt werden, dass keine Elemente in die Berechnung einfließen, die Knoten im Verbindungsbereich enthalten. Diese Empfehlung bezieht sich allgemein auf Knoten mit Zwangsbedingungen und schließt somit auch die Fasteners mit ein, welche die Bauteile der Unterbodenbaugruppe miteinander verknüpfen. Bei Betrachtung des Unterbodenmodells aus Abbildung 3.15 ist zu erkennen, dass bei Umsetzung dieser Empfehlungen die Bereiche, in denen ein Dämpfungsbelag appliziert werden kann, sehr klein ausfallen und die resultierende Verteilung des Dämpfungsbelags zudem sehr zerstreut wäre. Ein solcher, verteilter Dämpfungsbelag macht hinsichtlich der Untersuchung realer Einsatzfelder von Dämpfungsbelägen keinen Sinn. Aus diesem Grund wird für die Optimierung das Unterbodenmodell weiter vereinfacht, sodass großflächige Bereiche zur Applikation des Dämpfungsbelags entstehen. Dieses Ziel wird erreicht, indem die Längsträger entfernt werden, siehe Abbildung 3.16. Die Querträger sowie das Tunnelblech verbleiben im Modell, damit eine Grundsteifigkeit erhalten bleibt. Das Entfernen der Längsträger führt zu einem veränderten Strukturverhalten. Dieses ist allerdings nicht von relevanter Bedeutung für die Optimierung, da nicht das explizite Modellverhalten untersucht wird, sondern die verwendete Methode zur Optimierung der Dämpfungsverteilung getestet werden soll.

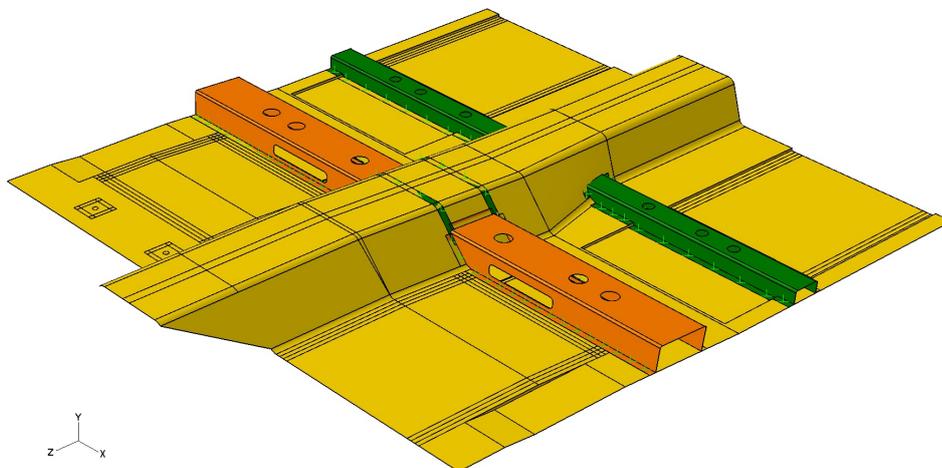


Abbildung 3.16: Aufbau des verwendeten Unterbodenmodells

Das vereinfachte Modell bietet nun auf beiden Seiten jeweils drei größere Bereiche, in denen Dämpfungsbeläge gemäß den Empfehlungen der Voruntersuchungen aufgebracht werden können. Die Position und Größe dieser sechs Beläge (rot) ist in Abbildung 3.17 zu sehen.

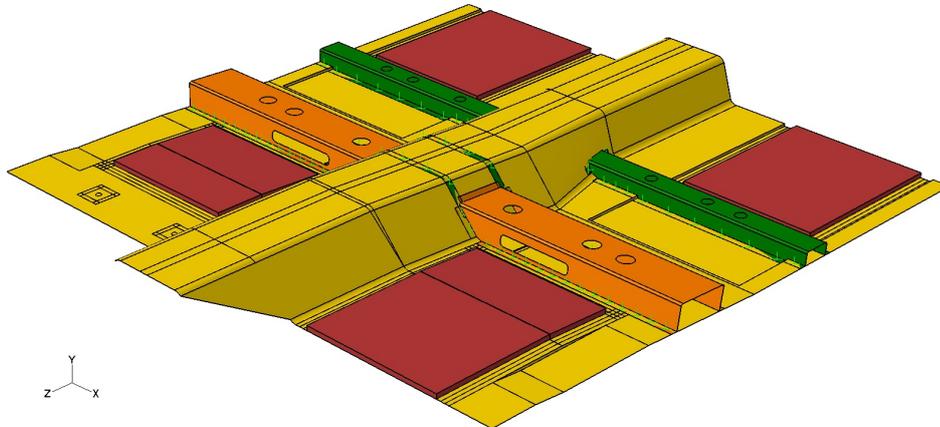


Abbildung 3.17: Modellierung des Dämpfungsbelags

Um die Dämpfungsbeläge sind auf dem Bodenblech Partitionslinien zu erkennen. Diese werden zur Positionierung der Ringintegral-Kurven im empfohlenen Abstand zu den Belägen verwendet.

Das Material des Dämpfungsbelags wird durch folgenden Materialparameter definiert: Elastizitätsmodul $E = 2,0 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$, Dichte $\rho = 0,1 \text{ kg/m}^3$, Querkontraktionszahl $\nu = 0,1$ und Strukturdämpfung $\eta_S = 0,1$.

3.2.3 Modellvernetzung

Die verwendete Vernetzung des Unterbodenmodells ist in Abbildung 3.18 dargestellt.

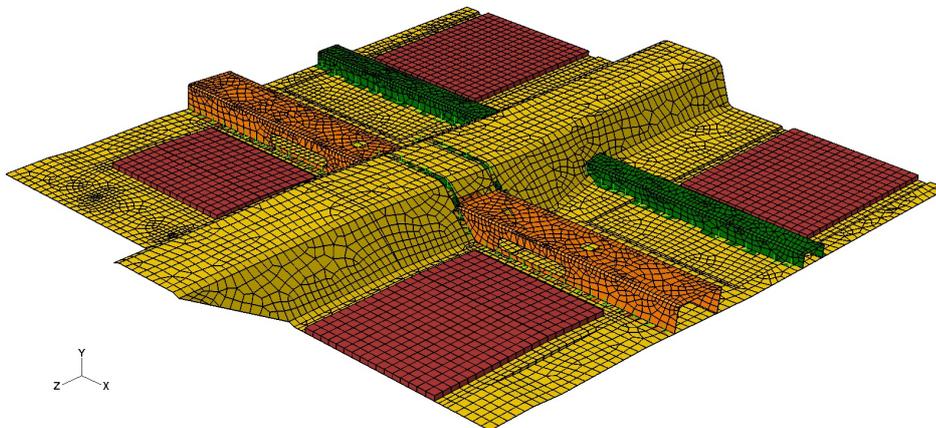


Abbildung 3.18: Vernetzung des Unterbodenmodells

Es handelt sich hierbei um eine freie Vernetzung. Für die Schalenbauteile werden gemäß der Ergebnisse der Voruntersuchungen die reduziert integrierten Elemente S4R und S3R verwendet, vergleiche Abschnitt 3.1.2 *Vernetzungseinstellungen*. Die globale Netzgröße aller Bauteile beträgt 20 mm. Der Bereich der Eingangsleistung ist mit 10 mm feiner diskretisiert. In den Voruntersuchungen wird Gleichung 3.2 herangezogen, um die maximal empfohlene Elementgröße zu bestimmen. Nach dieser müssten 55 Elemente pro Biegewellenlänge verwendet werden, was beim verwendeten Modell einer Elementgröße von 2 mm entspricht. Eine so feine Vernetzung des Modells würde mit einer nicht zu vertretend hohen Simulationszeit einhergehen. Besonders im Hinblick auf die eigentliche Modellbestimmung, die Optimierung, in der mehrere hundert Simulationen nacheinander durchgeführt werden, ist eine gröbere Vernetzung nötig. Selbst die verwendete Vernetzung von 20 mm führt noch zu einer einzelnen Simulationsdauer von 55 Minuten. Des Weiteren handelt es sich beim verwendeten Modell um ein vereinfachtes Modell. Aus diesem Grund sind die qualitativen und nicht die quantitativen Ergebnisse der Optimierung von Interesse. Eine qualitative Beurteilung der Optimierungsergebnisse ist auch bei der verwendeten Vernetzung gewährleistet.

4 Berechnung des Leistungsverhältnisses an Hand der Strukturintensität

In diesem Kapitel werden die Berechnungsschritte zur Ermittlung des Verhältnisses von Verlustleistung zu Eingangsleistung am verwendeten Quellcode erläutert. Zuvor wird der grundlegende Ablauf an Hand einiger Abbildungen veranschaulicht und beschrieben.

4.1 Vorgehen zur Ermittlung der Verlust- und Eingangsleistung am Unterboden

In Abschnitt 3.2 wurde der Aufbau des gewählten Modells sowie der Dämpfungsbelag vorgestellt. Die gewählten Ringintegral-Kurven, welche für die Berechnung der Leistungen definiert werden, sind in Abbildung 4.1 zu sehen.

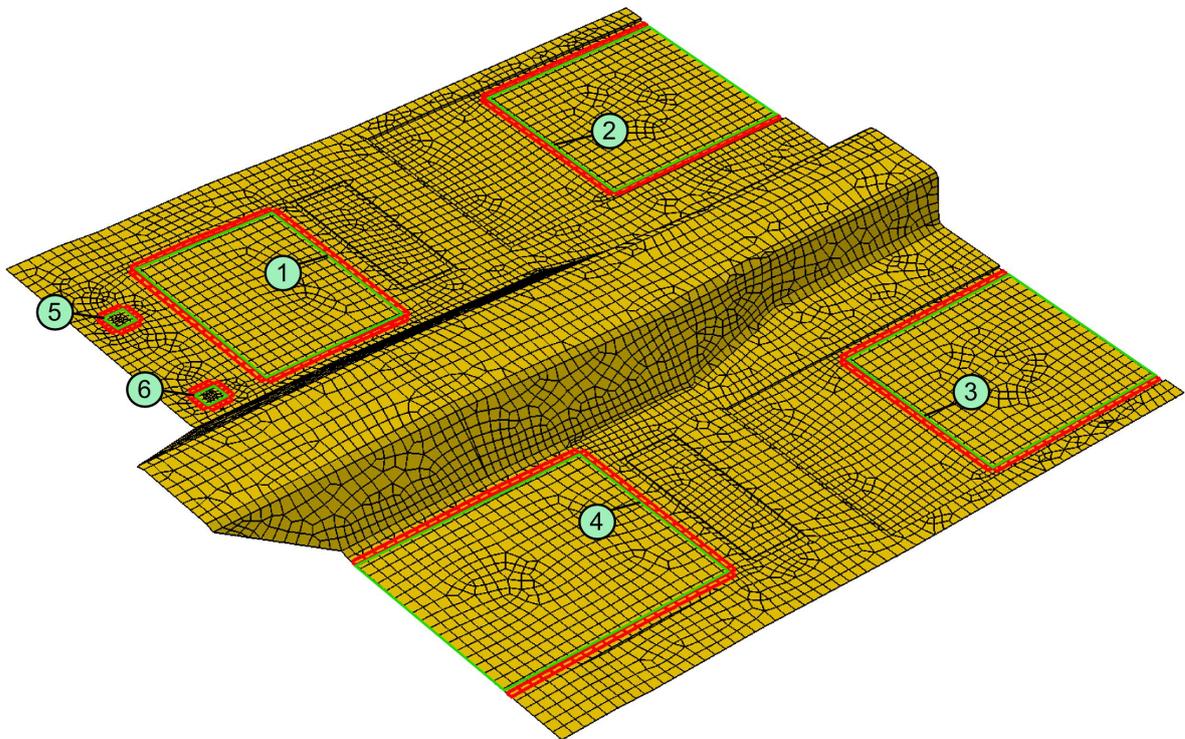


Abbildung 4.1: Übersicht der Ringintegral-Kurven am Unterboden

Die grünen Linien markieren die idealisierten Ringintegral-Kurven. Neben diesen Linien sind jeweils rot markierte Elemente zu sehen. Das sind die Elemente, die zur Berechnung der Leistungen herangezogen werden. Es ist ebenfalls zu erkennen, dass die Ringintegral-Kurven 1 und 4 jeweils zwei Dämpfungsbeläge umfassen, vergleiche hierzu Abbildung 3.17. Dies ist möglich, da sich die dortigen Dämpfungsbeläge auf dem Bodenblech berühren. Durch diese Zusammenfassung verringert sich die Anzahl der Ringintegral-Kurven um 2, wodurch sich ebenfalls die Rechenzeit verkürzt. Die Kurven 1 bis 4 umrahmen jeweils Dämpfungsbeläge, sodass an ihnen die Verlustleistung berechnet wird. Die Kurven 5 und 6 hingegen umfassen

die beiden Stellen des Bodenblechs, mit denen der Balken, auf welchen die anregende Kraft wirkt, über die MPCs verbunden ist. Beide Kurven addiert erfassen die gesamte verzweigte Anregung, sodass an ihnen jeweils die Eingangsleistung berechnet wird. Um letztendlich das Leistungsverhältnis zu bilden, werden die Werte der Verlustleistung, Kurven 1 bis 4, sowie die Werte der Eingangsleistung, Kurven 5 und 6, erst aufaddiert und anschließend ins Verhältnis gesetzt.

Verlustleistung und Eingangsleistung berechnen sich gemäß der Gleichungen 2.49 und 2.50. Anschaulich bedeutet dies, dass zur Berechnung der Verlustleistung die Strukturintensität herangezogen wird, die über die Ringintegral-Kurve hineinfließt. Zur Berechnung der Eingangsleistung wird hingegen die Strukturintensität betrachtet, die über die Ringintegral-Kurve hinausfließt. In Abbildung 4.2 ist hierzu ein vergrößerter Ausschnitt der Ringintegral-Kurve Nr.4 gezeigt, an dem die Berechnung der Verlustleistung weiter veranschaulicht wird.

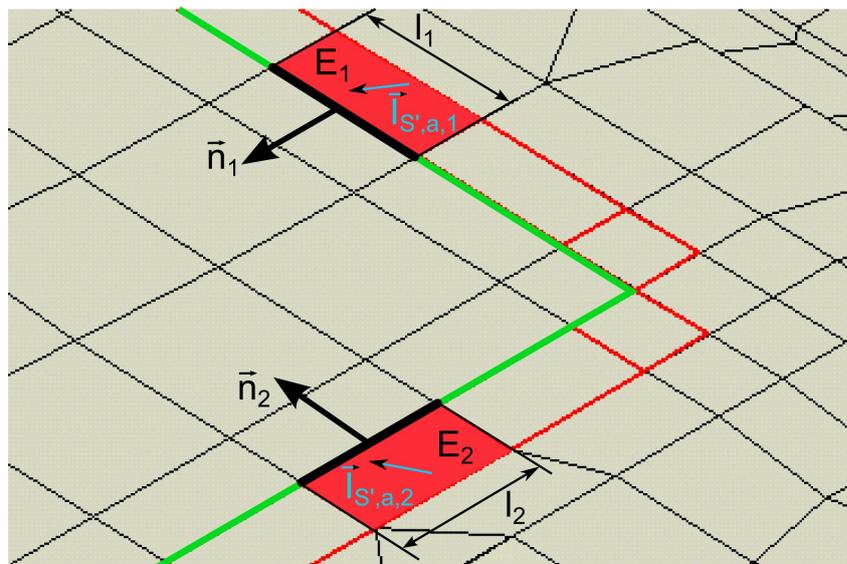


Abbildung 4.2: Vergrößerter Ausschnitt des Bodenblechs an einer Ringintegral-Kurve

Es sind zwei rot eingefärbte Beispiелеlemente E_1 und E_2 zu sehen, für die ihre aktiven Strukturintensitäten $\vec{I}_{S',a,1}$ und $\vec{I}_{S',a,2}$ sowie ihre Normalenvektoren \vec{n}_1 und \vec{n}_2 eingezeichnet sind. Um die gesamte Strukturintensität zu erfassen, die entlang der Elemente über die Ringintegral-Kurve fließt, muss der berechnete Elementwert der Strukturintensität mit der jeweiligen Kantenlänge l_1 bzw. l_2 multipliziert werden. Die „längengewichteten“ Strukturintensitäten werden anschließend für jedes Element der Ringintegral-Kurve mit dem zugehörigen Normalenvektor multipliziert. Danach werden die Produkte aller Elemente der Ringintegral-Kurve addiert. Das Ergebnis, die Summe, entspricht der Verlustleistung, die bei

der aktuellen Frequenz über den Dämpfungsbelag innerhalb der Ringintegral-Kurve dissipiert wird:

$$P_{diss} = \sum_E \vec{I}'_{S'a,i} \cdot \vec{n}_i \cdot l_{E,i} \quad (4.1)$$

Die Strukturintensitäten eines jeden Elementes berechnen sich aus den auftretenden Schnittgrößen und Geschwindigkeiten am Element. Die Geschwindigkeiten sind in Abbildung 4.3 am Beispiel des verwendeten Viereckelementes (S4R) dargestellt. Zur Darstellung der Schnittgrößen sei auf Abbildung 2.8 verwiesen.

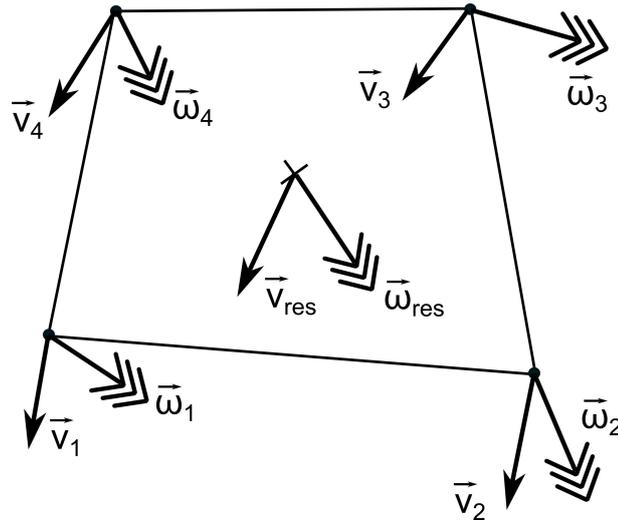


Abbildung 4.3: Schnittgrößen und Geschwindigkeiten an einem Beispielement

Die translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeiten $v_{i,k}$ bzw. $\dot{\phi}_{i,k}$ werden in Abaqus an den Knoten ausgegeben. Zur Berechnung der Strukturintensität werden daher für jedes Element die resultierenden Geschwindigkeiten $v_{i,res}$ und $\dot{\phi}_{i,res}$ in der Elementmitte durch eine arithmetische Mittelung berechnet. Die Schnittkräfte N_i , Q_i und M_i hingegen werden beim beschriebenen Elementtyp bereits direkt in der Elementmitte ausgegeben. Abaqus berechnet die einzelnen Schnittgrößen durch Integration der jeweiligen Spannungen im Bauteil über die Elementdicke [2]:

$$(N_x, N_y, N_{xy}, Q_x, Q_y) = \int_{-d/2-d_0}^{d/2-d_0} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}) dx \quad (4.2)$$

$$(M_x, M_y, M_z) = \int_{-d/2-d_0}^{d/2-d_0} d \cdot (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dx \quad (4.3)$$

Die Elementdicke entspricht dabei d und d_0 gibt die Mittelfläche an. Mit diesen Größen, den Schnittgrößen und den ermittelten Geschwindigkeiten, wird für jedes Element die Strukturintensität $\vec{I}'_{S'a,i}$ an Hand Gleichung 2.40 bestimmt.

4.2 Berechnung des Leistungsverhältnisses

In diesem Abschnitt wird Schritt für Schritt an Hand des Quellcodes die Berechnung des Leistungsverhältnisses von Verlustleistung zu Eingangsleistung beschrieben. Hierzu ist in Listing 4.1 zunächst der zugehörige Quellcode für die Berechnung des Leistungsverhältnisses dargestellt.

Listing 4.1: Berechnung des Leistungsverhältnisses von Verlustleistung zu Eingangsleistung

```
1  #
2  # Beginn der for Schleife ueber die Ringintegral-Kurven
3  #
4  P_verl_Liste=[]
5  P_ein_Liste=[]
6  Verlustleistung=0
7  Eingangsleistung=0
8  #
9  for x in range(len(self.borderElSeq)):
10     borderElSeq=self.borderElSeq[x]
11     borderElNr=[]
12     borderElVector=[]
13     borderElLength=[]
14     for i in range(len(borderElSeq[0])):
15         borderElNr.append(borderElSeq[0][i][0])
16         borderElLength.append(borderElSeq[0][i][1])
17         borderElVector.append(borderElSeq[0][i][2])
18     #
19     odb = openOdb(Path+'.odb')
20     #
21     # Auslesen der Frequenzabstaende und Moden
22     #
23     stepKeys = odb.steps.keys()
24     step=str(stepKeys[-1])
25     stepModen=str(stepKeys[0])
26     #
27     freq=[]
28     for i in odb.steps[step].frames:
29         freq.append(i.frequency)
30     #
31     Moden=[]
32     for i in odb.steps[stepModen].frames:
33         Moden.append(i.frequency)
34     Moden.pop(0)
35     freq.pop(0)
36     #
37     anzFrames=len(freq)
```

```

38 #
39 firstframe_int=1
40 lastframe_int=len(freq)
41 #-----
42 # Beginn der for Schleife ueber die Frames
43 #-----
44 for fN in range(firstframe_int ,lastframe_int+1):
45 #-----
46 # Aufrufen der Routine zur Berechnung der Strukturintensitaet
47 #-----
48 import sys
49 sys.path.append("%s" %self.Pfad)
50 #
51 import STI_Berechnung
52 reload(STI_Berechnung)
53 import os
54 #
55 STI_gl_real = STI_Berechnung.STI(freq=freq , borderElNr=borderElNr)
56 #-----
57 # Abfrage, ob Verlust- oder Eingangsleistung zu berechnen ist
58 #-----
59 if x <= (len(self.borderElSeq)-3):
60 #-----
61 # Berechnen der Verlustleistung ueber Ringintegral
62 #-----
63 P_verl_frame=0
64 for i in range(len(STI_gl_real)):
65     STI_IJ_el = (STI_gl_real[i][0]*borderElVector[i][0]+STI_gl_real[i][1]*
66                 borderElVector[i][1]+STI_gl_real[i][2]*borderElVector[i][2])
67     P_verl = STI_IJ_el*abs(borderElLength[i])
68     P_verl_frame += P_verl
69 else:
70 #-----
71 # Berechnen der Eingangsleistung ueber Ringintegral
72 #-----
73 P_ein_frame=0
74 for i in range(len(STI_gl_real)):
75     STI_IJ_el = (STI_gl_real[i][0]*borderElVector[i][0]+STI_gl_real[i][1]*
76                 borderElVector[i][1]+STI_gl_real[i][2]*borderElVector[i][2])
77     P_ein = STI_IJ_el*abs(borderElLength[i])
78     P_ein_frame += P_ein
79 #-----
80 # Integrieren der Verlustleistung und der Eingangsleistung ueber FreqBereich
81 #-----
82 if fN >= 1+firstframe_int:
83     frame0 = odb.steps[step].frames[fN-1]

```

```

82     #
83     freq_fr0=frame0.frequency
84     freq_fr1=frame.frequency
85     delta_freq=freq_fr1-freq_fr0
86     #
87     if x <= (len(self.borderElSeq)-3):
88         P_verl = P_verl_frame*delta_freq
89         P_verl_sum += P_verl
90     else:
91         P_ein = P_ein_frame*delta_freq
92         P_ein_sum += P_ein
93     resFreq = odb.steps[step].frames[fN].frequency
94     #
95     if x <= (len(self.borderElSeq)-3):
96         P_verl_Liste.append((x, P_verl_sum))
97     else:
98         P_ein_Liste.append((x, P_ein_sum))
99     #-----
100    # Aufsummieren der Eingangs- und der Verlustleistung der verschiedenen Bereiche
101    #-----
102    for i in range(len(P_ein_Liste)):
103        Eingangsleistung += P_ein_Liste[i][1]
104    for i in range(len(P_verl_Liste)):
105        Verlustleistung += P_verl_Liste[i][1]
106    P_verl_sum = Verlustleistung
107    P_ein_sum = Eingangsleistung
108    #-----
109    # Berechnen des Verhaeltnisses aus Eingangs- und Verlustleistung
110    #-----
111    try:
112        P_verh = P_verl_sum/P_ein_sum
113    except:
114        P_verh=0.0
115    #
116    odb.close()
117    #
118    return [P_verh, P_verl_sum, P_ein_sum, Moden]

```

Ausgangspunkt der Berechnung sind drei Datenlisten, die für jede Ringintegral-Kurve im Vorfeld des Modellaufbaus erstellt wurden. Sie beinhalten die Elementlabel der Elemente an der Ringintegral-Kurve (`borderElNr`), die zugehörigen Elementlängen entlang der Ringintegral-Kurve (`borderElLength`) sowie die zugehörigen Richtungsvektoren (`borderElVector`). Diese stehen normal zur Elementkante und zeigen in die zur Berechnung nötigen Flussrichtung [Zeile 10-17].

In einer Schleife werden die folgenden Berechnungsschritte nacheinander für alle vorhandenen Ringintegral-Kurven (Laufvariable x) durchgeführt [Zeile 9]. Zunächst werden aus den beiden Steps die Frequenzen der Eigenmoden und der einzelnen Frequenzschritte jeweils in einen Vektor (Moden bzw. `freq`) geschrieben. Die Anzahl der Frequenzschritte gibt die Anzahl der Frames wieder, für die ein Berechnungslauf durchgeführt wird [Zeilen 20-40].

Hieran anschließend wird eine weitere Schleife über alle Frames (Laufvariable `fN`) geöffnet [Zeile 44]. In dieser wird für jeden Frame `fN` eine Routine zur Berechnung der Strukturintensität gemäß Gleichung 2.46 (STI_Berechnung) aufgerufen. Diese Routine wurde am Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM der TU Darmstadt entwickelt. Um an Hand der Strukturintensität die Verlust- und Eingangsleistung zu berechnen, die für die Bildung des Leistungsverhältnisses benötigt werden, sind nur die Strukturintensitätswerte an den Elementen notwendig, die zur entsprechenden Ringintegral-Kurve gehören. Um Rechenzeit einzusparen, berechnet die Routine daher die Strukturintensität nicht für alle, sondern nur für die benötigten Elemente. Die relevanten Elemente werden der Routine über die Liste `borderElNr` übergeben. Die Routine wiederum gibt die Liste `STI_gl_h_real` zurück. Diese enthält zeilenweise für alle Elemente der aktuellen Ringintegral-Kurve x die realen Strukturintensitätskomponenten in alle drei Koordinatenrichtungen für den aktuellen Frame `fN` [Zeilen 48-55].

Je nach Ringintegral-Kurve wird mit diesen Strukturintensitätswerten entweder die Verlust- oder die Eingangsleistung berechnet [Zeilen 59-67 bzw. 68-76]. Die Rechenschritte sind für beide identisch und sind im Skript zum einen zur Übersicht getrennt dargestellt und zum anderen um ein Überschreiben der jeweilig anderen Leistung zu vermeiden.

Zunächst wird eine Schleife über alle Elemente der Ringintegral-Kurve gestartet [Zeile 64 bzw. 73]. In dieser wird die Strukturintensität (`STI_gl_h_real[i]`) eines Elementes multipliziert mit dem zugehörigen, vorher definierten Richtungsvektor (`borderElVector[i]`). Dadurch wird der Elementwert der Strukturintensität in der relevanten Richtung ermittelt (`STI_IJ_e1`). Dieser Wert wird anschließend mit der zugehörigen Elementlänge (`borderElLength[i]`) multipliziert (`P_verl` bzw. `P_ein`). Daraufhin werden für den aktuellen Frame alle Elementwerte der jeweiligen Leistung aufaddiert (`P_verl_frame` bzw. `P_ein_frame`) [Zeilen 65-67 bzw. 74-76]. Die Multiplikation der Strukturintensität mit der Kantenlänge sowie das folgende Aufsummieren entspricht gemäß der Gleichungen 2.47 und 2.48 der Berechnung des Ringintegrals für den aktuellen Frame mittels der Riemann-Summe.

In einem nächsten Schritt werden die Verlustleistung bzw. Eingangsleistung über der Frequenz integriert. Die Gründe weswegen die Leistungen erst über der Frequenz integriert und anschließend ins Verhältnis gesetzt werden, sind in Abschnitt 5.1.1 *Aufstellen der Zielfunktion* erläutert. Bevor die Leistungen integriert werden, wird zunächst der Frequenzabstand zwischen dem aktuellen und dem vorhergehenden Frame ermittelt (`delta_freq`) [Zeilen 81-85]. Die Integration wird erneut gemäß der Gleichungen 2.47 und 2.48 durch die Riemann-Summe ersetzt. So werden die Leistungswerte eines Frame mit dem Frequenzabstand multipliziert und anschließend aufaddiert (`P_verl_sum` bzw. `P_ein_sum`) [Zeilen 87-89 bzw. 90-92]. Damit ist die Schleife über die Frames abgeschlossen. Je nach Ringintegral-Kurve wird der zugehörige Verlust- oder Eingangsleistungswert in einer entsprechenden Liste abgespeichert (`P_verl_Liste` bzw. `P_ein_Liste`) [Zeilen 95-96 bzw. 97-98].

Damit ist die Schleife über die Ringintegral-Kurven abgeschlossen. Im letzten Schritt werden die Eingangs- und die Verlustleistungswerte der einzelnen Bereiche aufaddiert [Zeilen 102-107] und ins Verhältnis gesetzt (`P_verh`) [Zeilen 111-114]. Der Kehrwert dieses berechneten Leistungsverhältnisses wird die zu minimierende Zielfunktion in der Optimierung sein.

5 Optimierung der Dämpfungsverteilung

Das FE-Modell des Unterbodens, dessen Aufbau in Kapitel 3.2 beschrieben wurde, wird in diesem Kapitel hinsichtlich der Dämpfungsverteilung optimiert. Zunächst wird auf die konkreten Optimierungsparameter sowie -einstellungen eingegangen und ihre Wahl begründet. Anschließend werden die Ergebnisse der Optimierung vorgestellt, ausgewertet und verglichen.

5.1 Wahl der Optimierungsparameter

Unabhängig vom verwendeten Optimierungsverfahren müssen einige Größen, die entscheidend für die Optimierung selber sind, im Vorfeld festgelegt werden. Dies ist einerseits das Aufstellen der Zielfunktion sowie andererseits die Wahl der Restriktionen.

5.1.1 Aufstellen der Zielfunktion

Die Zielfunktion gibt an, bezüglich welcher Größe das Verhalten des Unterbodenmodells optimiert wird. Um ein Ziel zu erreichen, gibt es allerdings in der Regel verschiedene, mögliche Wege. Diese sollen alle erwägt und sorgfältig untersucht und miteinander verglichen werden, bevor sich für eine entschieden wird.

In dieser Arbeit soll die Verteilung der Dämpfung optimiert werden. Mögliche Zielfunktionen, die hierfür verwendet werden können, wurden bereits in [15] vorgestellt. Der genannte Optimierungswunsch impliziert das Ziel mit Hilfe der Dämpfung so viel Energie wie möglich aus der Struktur, d.h. dem Unterboden, zu ziehen. Die naheliegendste Wahl der Zielfunktion ist damit die Maximierung der Verlustleistung, was einer Minimierung des Kehrwertes entspricht:

$$\min f(\vec{x}) = \min_{f_o} \frac{1}{\int_{f_u} P_{diss} df}. \quad (5.1)$$

Der Ausdruck im Nenner entspricht der zeitlich gemittelten Verlustleistung bei Betrachtung im Frequenzbereich. Auf Grund des Energieerhaltungssatzes gilt, dass die gesamte im Modell dissipierte Energie genau der Menge an zugeführter Energie entsprechen muss, da die Gesamtenergie in einem geschlossenen System konstant bleibt. Beim Unterbodenmodell wird zwar ein Teil der Energie auch über den Unterboden selber dissipiert, aber der Großteil der Energiedissipation erfolgt auf Grund des wesentlich höheren Dämpfungskoeffizienten durch den Dämpfungsbelag. Somit besteht die Gefahr, dass bei Wahl dieser Zielfunktion eine Ver-

teilung des Dämpfungsbelags gewählt wird, bei der die Eingangsleistung maximal wird. Ein solches Ergebnis wäre in keiner Weise nutzbar und zielführend.

Um eine reine Maximierung der Eingangsleistung zu verhindern, ist es sinnvoll, das Verhältnis aus Verlustleistung und Eingangsleistung in der Zielfunktion zu wählen:

$$\min f(\vec{x}) = \min \frac{1}{\int_{f_u}^{f_o} \frac{P_{diss}}{P_{zu}} df}. \quad (5.2)$$

Beide Leistungen, die Verlust- und die Eingangsleistung, sind stark abhängig von der Frequenz. Zum einen sind die Leistungswerte auf Grund des Schwingverhaltens im Bereich der Eigenmoden deutlich höher als zwischen den Eigenmoden. Zum anderen ändert sich auch das Leistungsverhältnis mit der Frequenz, da sich auf Grund der frequenzabhängigen Schwingformen die Dämpfungsbelege nicht bei jeder Frequenz an der optimalen Position befinden. Somit wird abhängig von der Frequenz mal mehr und mal weniger Energie über den Unterboden selbst oder über die Dämpfungsbelege dissipiert. Dadurch ändert sich auch das Leistungsverhältnis mit der Frequenz. Die Integration über der Frequenz nach Bildung des Verhältnisses führt daher dazu, dass schlechte Verhältniswerte durch gute Verhältniswerte ausgeglichen werden können.

Dieses beschriebene Verhalten ist zu vermeiden, wenn beide Leistungen zunächst über der Frequenz integriert werden und erst anschließend die Gesamtwerte zueinander in Verhältnis gesetzt werden:

$$\min f(\vec{x}) = \min \frac{\int_{f_u}^{f_o} P_{zu} df}{\int_{f_u}^{f_o} P_{diss} df}. \quad (5.3)$$

Diese Formulierung wird aus genannten Gründen als Zielfunktion für die Optimierung der Dämpfungsverteilung gewählt. Die Zielfunktion kann dabei Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Im Extremfall $f(\vec{x}) = 1$ wird die gesamte Energie über den Unterboden dissipiert und keine Energie über die Dämpfungsbelege. Umgekehrt wird im Fall $f(\vec{x}) = 0$ die gesamte Energie über die Dämpfungsbelege dissipiert. Diesem Extremum soll durch die Optimierung so nah wie möglich gekommen werden.

5.1.2 Wahl der Restriktionen

Es gibt, wie Gleichung 2.1 zu entnehmen ist, verschiedene Arten Restriktionen aufzustellen. Es können Gleichheits- $g_j(\vec{x})$ oder Ungleichheitsrestriktionen $h_k(\vec{x})$ definiert sowie explizite

Restriktionsangaben gemacht werden, indem die Designvariablen durch untere und obere Grenzen beschränkt werden x_i^U bzw. x_i^O .

Wie in Abschnitt 3.2.2 *Modellierung des Dämpfungsbelags* vorgestellt wurde, wird der modellierte Dämpfungsbelag in 6 verschiedene Bereiche unterteilt, sodass im Prinzip 6 Beläge entstehen. Jedem dieser 6 Beläge wird eine Designvariable zugeordnet, welche jeweils der Dicke des Dämpfungsbelags entspricht. Jede Designvariable wird mit expliziten Restriktionen beschränkt. Die untere Grenze wird jeweils zu Null gesetzt. Diese Grenze ermöglicht es, dass der Dämpfungsbelag auch komplett verschwinden kann, falls die Optimierung es so ergeben sollte. Die obere Grenze wird jeweils auf 30 mm festgesetzt. Dies entspricht zum einen der maximalen Dicke von Dämpfungsbelägen die üblicherweise in Pkws verbaut werden und zum anderen auch dem maximal für Dämpfungsbelag vorgesehenen Bauraum.

Des Weiteren wird eine Ungleichheitsrestriktion G gewählt. Für diese benötigt OptiY ebenfalls eine untere und eine obere Grenze G^U bzw. G^O . Die gewählte Restriktion entspricht der Summe aller 6 Designvariablen. Diese wird durch die Grenzen auf den Bereich von 0 mm bis 180 mm beschränkt. Diese Art der Begrenzung entspricht im Allgemeinen dem Vorgeben eines gesamt erlaubten Materialverbrauchs. In diesem Fall erscheint die Restriktion auf den ersten Blick überflüssig, da sie vollkommen in den Grenzen der einzelnen Designvariablen aufgeht ($6 \cdot 30 = 180$). Die Definition dieser Restriktion ist dennoch relevant, da eine Simulation erst startet, wenn diese Restriktion nicht mehr verletzt wird, vergleiche Abschnitt 2.1.5 *Das Optimierungswerkzeug OptiY*. Die Grenzen der Designvariablen können hingegen zunächst verletzt werden. Sie werden erst nach einem erfolgten Simulationsdurchlauf überprüft. Da ein Optimum auch am Rand des zulässigen Bereichs liegen kann, ist es somit sinnvoll Antwortflächen zu bilden, die über die Grenze des zulässigen Bereichs hinausgehen. An dieser Stelle greift die gewählte Restriktion ein. Sie sorgt dafür, dass die Designvariablen nicht zu weit im unzulässigen Bereich liegen.

5.2 Optimierung in OptiY

Die Abbildung 5.1 zeigt den Aufbau des Blockschaltbilds, das in OptiY zur Gestaltung der Optimierung erstellt wurde.

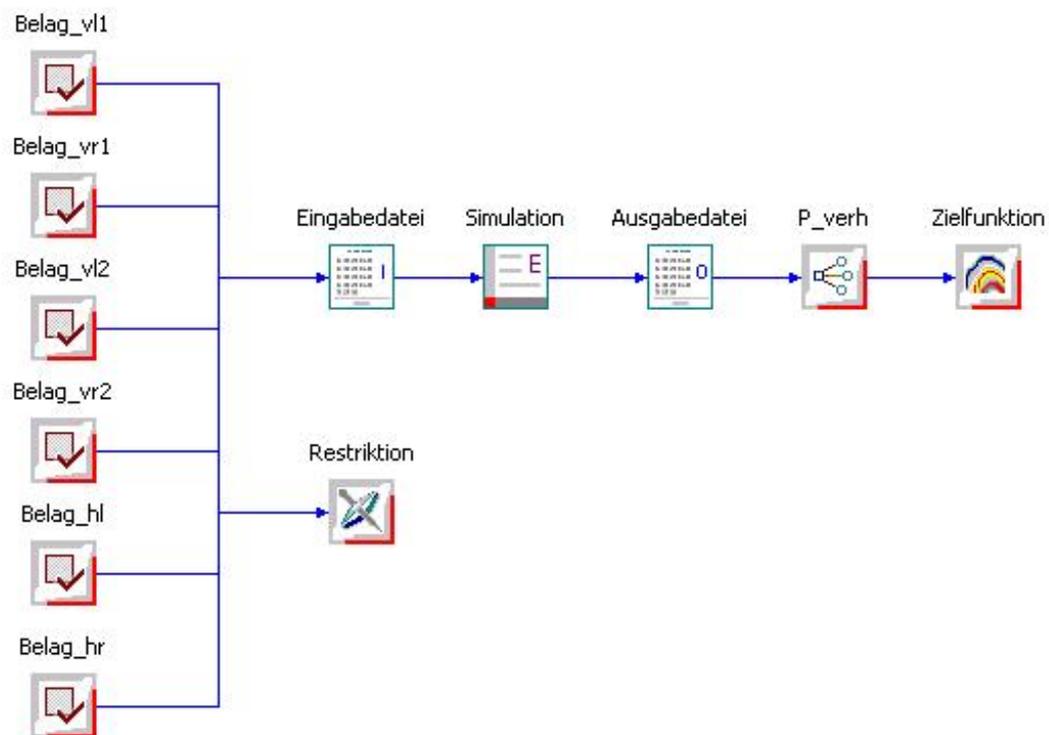


Abbildung 5.1: Aufbau des Blockschaltbild zur Optimierung

Links im Bild sind 6 Blöcke zu sehen, welche die 6 Designvariablen initiieren. Diese sind zum einen alle mit dem Restriktionsblock, in dem sie aufaddiert werden, und zum anderen mit dem Block der Eingabedatei verbunden. In diesem ist die Eingabedatei, d.h. der Quellcode, geladen, sodass die Verknüpfung zwischen den Designvariablen und Zahlenwerten im Skript erstellt werden kann. Darauf folgt ein Block, welcher Abaqus aufruft und die Simulation mit den aktuellen Designvariablen durchführt. An diesem Block schließt sich die Ausgabedatei an. In dieser ist die Testdatei der Simulationsausgabe hinterlegt. Darin erfolgt ebenfalls die Verknüpfung vom Zahlenwert des aktuell berechneten Leistungsverhältnisses zur Variable des Leistungsverhältnisses in OptiY. Im letzten Block wird die Zielfunktion definiert. Sie ist der Kehrwert des Leistungsverhältnisses. Die Zuordnung der Designvariablen zu den einzelnen Dämpfungsbelägen ist in Abbildung 5.2 erkennbar.

Durchgeführt wird die Optimierung sowohl mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren als auch mit der Evolutionsstrategie. Alle vorgenommenen Optimierungseinstellungen sind in Tabelle 5.1 dargestellt.

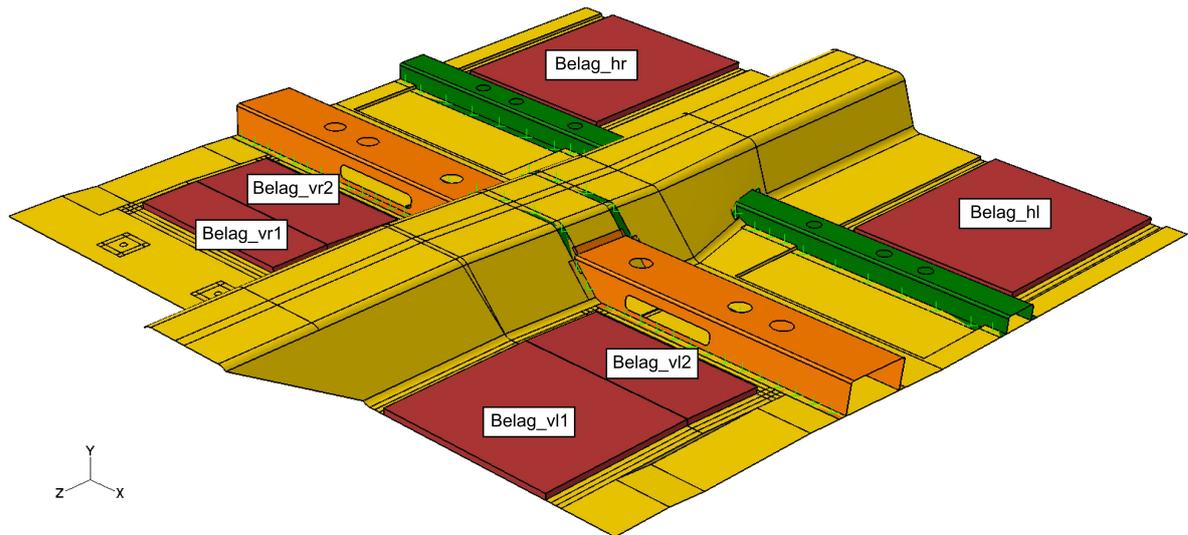


Abbildung 5.2: Zuordnung der Designvariablen zu den einzelnen Dämpfungsbelägen

Tabelle 5.1: Einstellungen für das Adaptiven Antwortflächenverfahren (AAFV) und die Evolutionsstrategie (ES)

Parameter	AAFV	ES
Zielfunktion $f(\vec{x})$	Kehrwert des Leistungsverhältnisses	
Designvariablen	Dicken des Dämpfungsbelags	
Anzahl an Designvariablen x_i	6	
Untere Grenze der Designvariablen x_i^U	0 mm	
Obere Grenze der Designvariablen x_i^O	30 mm	
Restriktion G	$\sum_i x_i$	
Untere Grenze der Restriktion G^U	0 mm	
Obere Grenze der Restriktion G^O	180 mm	
Sensitivität	0	-
Startvektor	Standard (Mitte des Designraums $x_i = 15$ mm)	
Approximation	Polynom zweiter Ordnung	-
Anzahl der Eltern p	-	1
Anzahl der Kinder c	-	7
Strategie	-	Plus-Strategie
sonstige Einstellungen	Standard	

Der betrachtete Frequenzbereich reicht von 40 Hz bis 191 Hz. Dieser ist so gewählt, dass er unabhängig der Dicke der Dämpfungsbeläge die ersten 15 Eigenmoden umfasst. Die Frequenzstützstellen für die Unterteilung des Frequenzbereichs in die einzelnen Frames liegen jeweils an den Eigenmoden.

5.3 Optimierungsergebnisse und Auswertung

Dieser Abschnitt stellt zunächst die Optimierungsergebnisse beider verwendeten Verfahren, dem Adaptiven Antwortflächenverfahren und der Evolutionsstrategie, vor. Anschließend werden die Ergebnisse interpretiert und miteinander sowie mit weiteren Belagsverteilungen verglichen.

5.3.1 Optimierungsergebnisse des Adaptiven Antwortflächenverfahrens

Die Ergebnisse der Optimierung mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren als Algorithmus sind im Folgenden dargestellt. Der Verlauf des Leistungsverhältnisses während der Optimierung ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Die zugehörigen Verläufe der einzelnen Designvariablen sind in Abbildung 5.4 gezeigt.

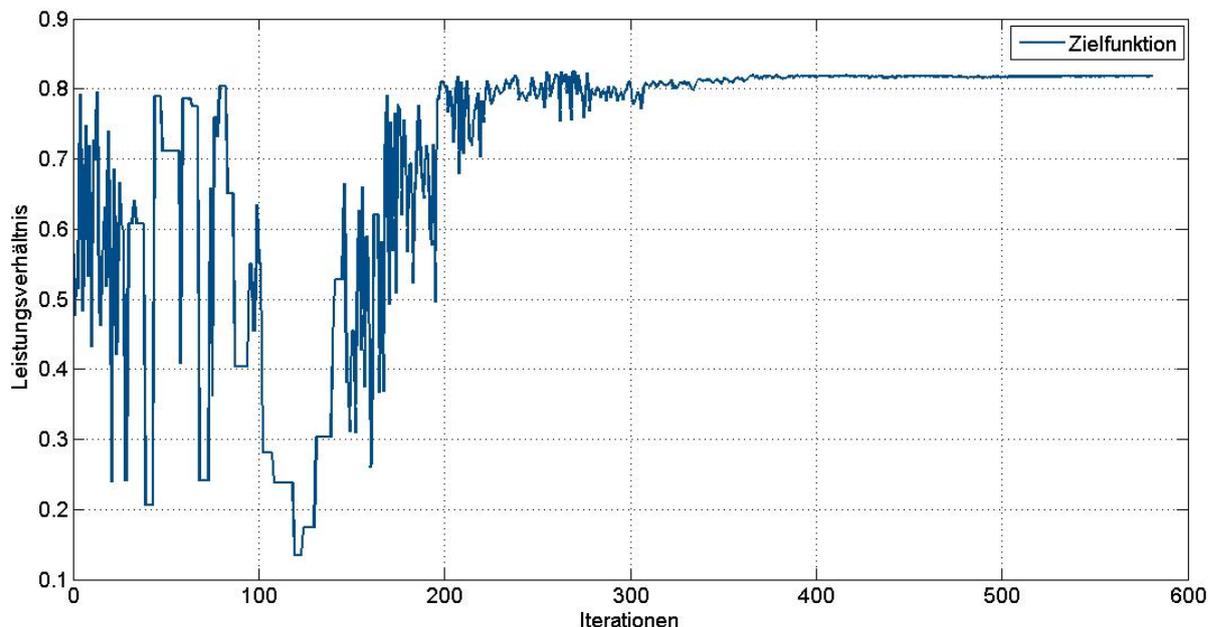


Abbildung 5.3: Verlauf des Leistungsverhältnisses während der Optimierung mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren

Die Optimierung ist nach 581 Simulationsdurchläufen manuell beendet worden, da das Verfahren bereits konvergiert. Es fällt auf, dass der Wert, gegen den die Zielfunktion mit zunehmender Anzahl an Iterationen konvergiert, nicht dem gefundenen Optimum des Verfahrens (Iteration Nr. 263) entspricht. Das Optimum, gegen welches das Verfahren konvergiert ist, stellt somit ein lokales Optimum dar. Dieses Verhalten ist dadurch erklärbar, dass das Minimum der interpolierten Antwortfläche, für die das gefundene Optimum in Iteration Nr. 263 als Stützstelle gedient hat, an einem anderen Punkt im Suchraum liegt. Da es sich um eine glatte Interpolation der Antwortfläche handelt, verläuft diese nicht unbedingt durch

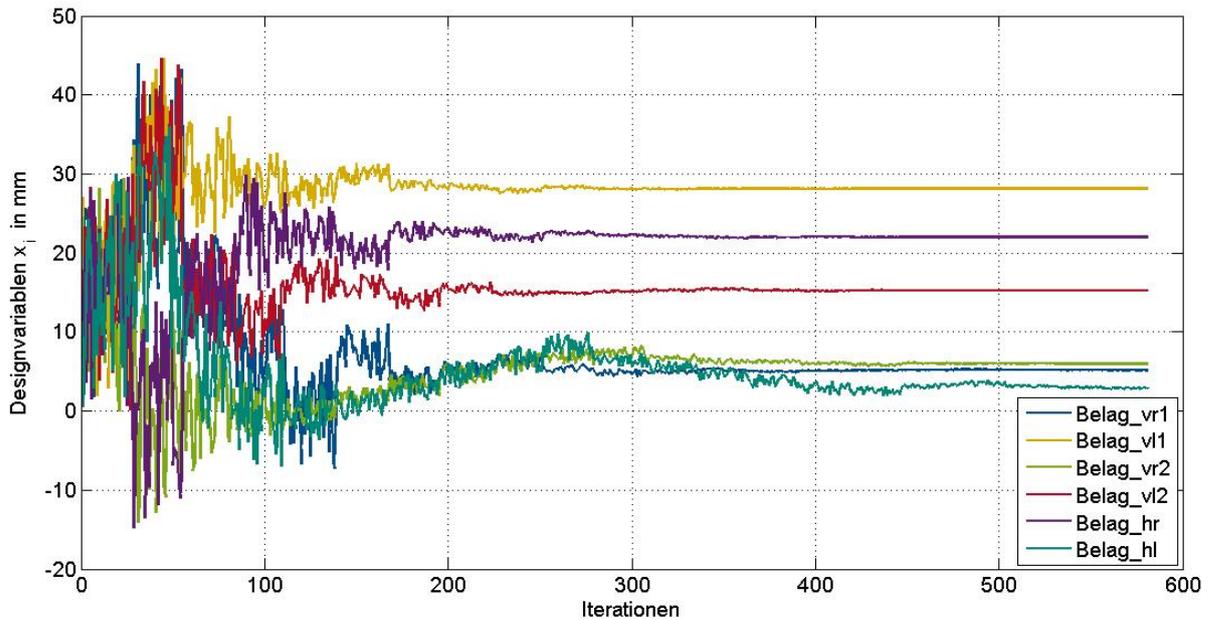


Abbildung 5.4: Verlauf der Designvariablen während der Optimierung mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren

die Werte an den Stützstellen, vergleiche Abschnitt 2.1.5 *Adaptives Antwortflächenverfahren*. Aus diesem Grund ist es möglich, dass das Verfahren gegen einen anderen Punkt als einen bereits gefundenen, besseren Wert konvergiert. Die Parameter des konvergierten sowie des optimalen Ergebnisses sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

Tabelle 5.2: Konvergiertes und optimales Ergebnis des Adaptiven Antwortflächenverfahrens

Designvariable	konvergierte Lösung	optimale Lösung
Belag_vr1	5,13201 mm	4,92756 mm
Belag_vl1	28,1179 mm	28,0972 mm
Belag_vr2	5,9697 mm	5,97038 mm
Belag_vl2	15,2296 mm	14,8831 mm
Belag_hr	22,0006 mm	22,5273 mm
Belag_hl	2,80083 mm	8,62489 mm
Restriktion	79,2507 mm	85,0305 mm
Zielfunktion	1,22185	1,21251
Leistungsverhältnis	0,81842	0,8247

Es ist erkennbar, dass die konvergierte und die optimale Lösung nahe beieinander liegen. Die Werte der einzelnen Belagsdicken sind mit Ausnahme der Designvariable *Belag_hl* einander sehr ähnlich. Die Abweichung der Leistungsverhältnisse beträgt somit nur 0,76 %.

5.3.2 Optimierungsergebnisse der Evolutionsstrategie

Die Ergebnisse der Optimierung mit der Evolutionsstrategie sind in den folgenden Abbildungen dargestellt. Der Verlauf der Leistungsverhältnisse während der Optimierung ist in Abbildung 5.5 zu sehen. Die zugehörigen Verläufe der einzelnen Designvariablen sind in Abbildung 5.6 gezeigt.

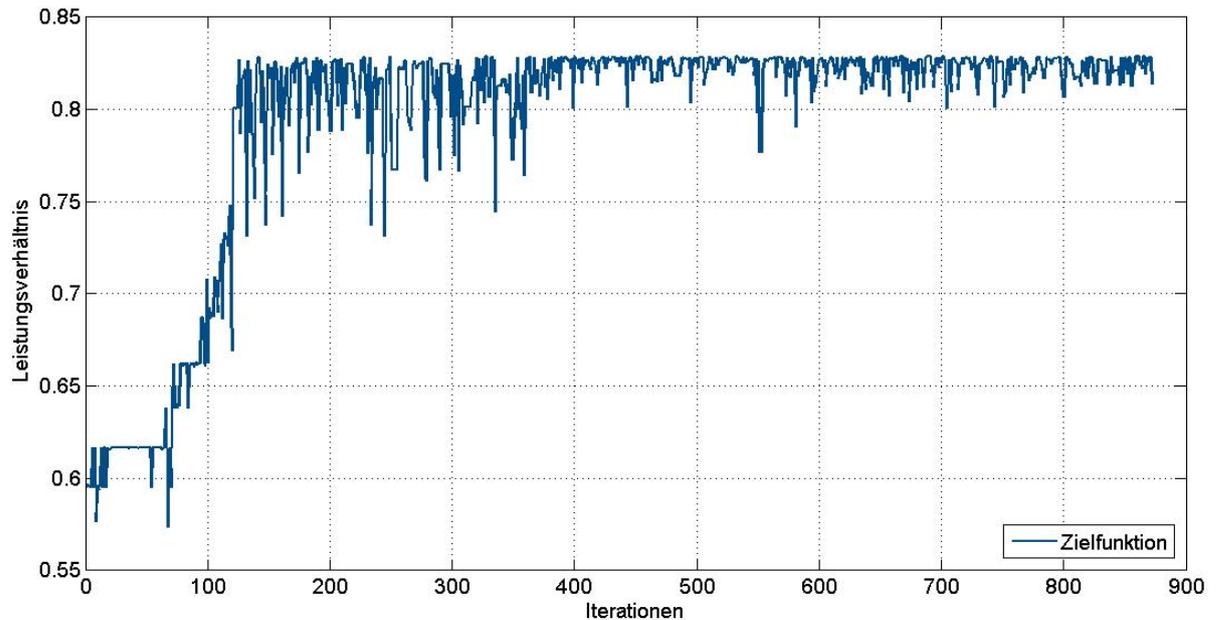


Abbildung 5.5: Verlauf des Leistungsverhältnisses während der Optimierung mit der Evolutionsstrategie

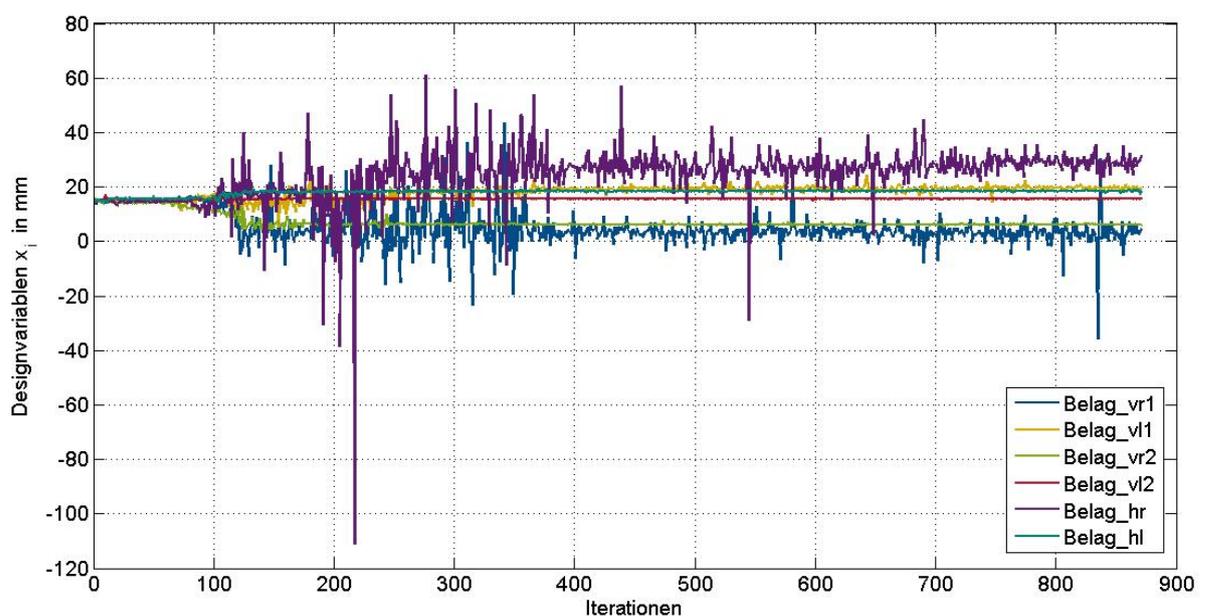


Abbildung 5.6: Verlauf der Designvariablen während der Optimierung mit der Evolutionsstrategie

Die Optimierung ist nach 873 Iterationen aus Zeitgründen beendet worden. Es ist zu erkennen, dass das Verfahren bis zu dieser Iteration noch keinen stationären Endwert erreicht hat. Der Verlauf des Leistungsverhältnisses gleicht weiterhin einem Rauschen. Hierbei ist jedoch eine Art obere Grenze zu erkennen, gegen welche die Spitzenwerte konvergieren.

Der höchste Wert der Zielfunktion, d.h. das Optimum, das vom Verfahren während der bisherigen Optimierung gefunden wurde, ist in Iteration Nr. 745 erreicht worden. Die Ergebnisse dieses Optimums sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Optimales Ergebnis der Evolutionsstrategie

Designvariable	optimale Lösung
Belag_vr1	3,4 mm
Belag_vl1	19,3 mm
Belag_vr2	6,2 mm
Belag_vl2	15,6 mm
Belag_hr	27,0 mm
Belag_hl	18,5 mm
Restriktion	90 mm
Zielfunktion	1,20693
Leistungsverhältnis	0,82855

5.3.3 Auswertung und Vergleich der Ergebnisse

Die Ergebnisse für eine optimale Dämpfungsverteilung, die beide Optimierungsstrategien geliefert haben, sind verschieden. Die Werte des Leistungsverhältnisses sind dennoch nahe beieinander. Der Unterschied beträgt 0,46%. Das Adaptive Antwortflächenverfahren hat seinen optimalen Wert in der 263. Iteration erreicht, die Evolutionsstrategie in der 745. Iteration. Allerdings hat die Evolutionsstrategie bereits in Iteration Nr. 141 mit einem Verhältniswert von 0,82821 einen höheren Wert als das Optimum des Adaptiven Antwortflächenverfahren gefunden. Der Vergleich beider Verfahren zeigt auch, dass das Adaptive Antwortflächenverfahren wie erwartet wesentlich schneller konvergiert und einen stationären Endwert erreicht, vergleiche Abschnitt 2.1.5 *Das Optimierungswerkzeug OptiY*. Die Konvergenz beginnt ungefähr im 400. Simulationsdurchlauf. Die Evolutionsstrategie zeigt bis zur 873. Iteration, in der sie beendet wurde, einen verrauschten Verlauf. Die Evolutionsstrategie hat dennoch ein besseres Ergebnis, d.h. einen höheren Wert des Leistungsverhältnisses gefunden, ist aber deutlich zeitaufwendiger als das Adaptive Antwortflächenverfahren, welches

wesentlich schneller konvergiert. Da der effektive Unterschied beider gefundenen Lösungen sehr gering ist, empfiehlt sich für diese Anwendung das Adaptive Antwortflächenverfahren. Beide Optimierungsstrategien liefern als optimale Werte für die einzelnen Belagsdicken Werte, die teils deutlich unter den Restriktionen liegen. Dieses Ergebnis widerspricht somit dem erwarteten Ergebnis, dass das Optimum im Bereich der maximal erlaubten Dicken liegen wird, vergleiche Abschnitt 2.3. Zur Interpretation der Ergebnisse wird das Strukturverhalten bei den optimalen Belagsdicken mit dem Verhalten bei konstant dicken Dämpfungsbelägen verglichen. Zum Vergleich wird einerseits der Dämpfungsbelag maximaler Dicke $x_i = 30$ mm und andererseits ein Belag mit der konstanten Dicke $x_i = 14$ mm verwendet. Diese Belagsdicke entspricht dem Mittelwert der optimalen Dicken, die mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren ermittelt wurden. Des Weiteren wird ein Vergleichsmodell erstellt, das nur den Belag_vr1 und den Belag_vr2 enthält. Die Dicken beider Beläge entsprechen denen, die mit dem Adaptiven Antwortflächenverfahren für diese Bereiche gefunden wurden. Tabelle 5.4 stellt die Werte des Leistungsverhältnisses sowie der zugehörigen Verlust- und Eingangsleistung für die fünf betrachteten Varianten gegenüber. Die Leistungswerte beziehen sich dabei, ebenso wie das Leistungsverhältnis, auf den Frequenzbereich von 40 Hz - 191 Hz.

Tabelle 5.4: Vergleich der Optimierungsergebnisse mit den Ergebnissen der Vergleichsmodelle im Frequenzbereich 40 Hz - 191 Hz

	Leistungsverhältnis	Verlustleistung	Eingangsleistung
Optimum des AAFV	0,8247	1741,3 mW	2111,7 mW
Optimum der ES	0,82855	1720,5 mW	2076,5 mW
14 mm	0,6183	1827,4 mW	2955,3 mW
30 mm	0,4027	1503,3 mW	3732,7 mW
Belag_vr1 & Belag_vr2	0,8013	658,3 mW	821,6 mW

Es zeigt sich, dass beide Verfahren Dämpfungsverteilungen gefunden haben, die deutlich höhere Leistungsverhältnisse erzielen als die Vergleichsmodelle mit einer konstant dicken Dämpfungsverteilung. Die Leistungen, die über den betrachteten Frequenzbereich integriert wurden (siehe Gleichung 5.3), sind bei den beiden optimalen Dämpfungsverteilungen zudem deutlich geringer, als bei konstant dicker Dämpfungsverteilung. Bei direktem Vergleich der beiden konstanten Dämpfungsverteilungen zeigt sich, dass der dünnere Belag bei 14 mm besser ist als der dickere Belag bei 30 mm und zwar sowohl hinsichtlich des Leistungsverhältnisses als auch bezüglich der Leistungswerte. Das Modell, das nur in der Nähe der Krafteinleitung Dämpfungsbeläge besitzt (Belag_vr1 & Belag_vr2), erreicht ebenfalls ein sehr hohes Leistungsverhältnis bei gleichzeitig sehr geringen Leistungswerten. Dieses Ergeb-

nis lässt vermuten, dass die Dämpfungsbeläge in diesem Bereich bei den übrigen Modellen maßgeblich an der Energiedissipation beteiligt ist. Die prozentualen Anteile, welche die einzelnen Ringintegral-Kurven (RI-Kurve) zur betreffenden Leistung beisteuern, sind in Tabelle 5.5 aufgeführt. Zur anschaulichen Zuordnung der Ringintegral-Kurven sei auf Abbildung 4.1 verwiesen. Die Ringintegral-Kurven 1 und 4 fassen die dissipierte Energie von Belag_vr1 und Belag_vr2 bzw. von Belag_vl1 und Belag_vl2 zusammen.

Tabelle 5.5: Anteile der verschiedenen Bereiche zur dissipierten bzw. eingeleiteten Energie

	14 mm	30 mm	Optimum des AAFV	Optimum der ES
RI-Kurve 1 (vr)	99,683 %	99,849 %	99,927 %	99,933 %
RI-Kurve 2 (hr)	0,019 %	0,012 %	0,014 %	0,007 %
RI-Kurve 3 (hl)	0,015 %	0,002 %	0,008 %	0,003 %
RI-Kurve 4 (vl)	0,283 %	0,137 %	0,052 %	0,057 %
RI-Kurve 5 (r)	53,91 %	49,94 %	59,59 %	59,8 %
RI-Kurve 6 (l)	46,09 %	50,06 %	40,41 %	40,2 %

Die genauere Betrachtung der prozentualen Anteile zeigt, dass unabhängig von der Dämpfungsverteilung der Belag nahe der Krafteinleitung, RI-Kurve 1, über 99% der gesamt dissipierten Leistung erbringt. Die Betrachtung der aktiven Strukturintensität zeigt, dass der Fluss der Körperschallenergie von beiden Punkten der Krafteinleitung aus bei allen betrachteten 15 Eigenmoden zunächst über die Fläche im vorderen rechten Bereich des Unterbodens läuft. Dies ist der Bereich in dem Belag_vr1 und Belag_vr2 appliziert sind. Hierbei ist von Interesse, wie sich der Dämpfungsbelag auf die Strukturintensität auswirkt. Um einen Vergleich ziehen zu können, müssen gleiche Schwingformen betrachtet werden. Das Schwingungsverhalten der Unterbodenmodelle mit sechs Dämpfungsbelägen unterscheidet sich in den ersten 15 Eigenmoden allerdings stark vom Schwingungsverhalten der Unterbodenmodells ohne Dämpfungsbelag. Somit ist hier kein aussagekräftiger Vergleich zu ziehen. Vergleichbar sind hingegen einige Moden des Modells ohne Dämpfungsbelag mit dem Modell, welches nur den Belag_vr1 und den Belag_vr2 besitzt. Für die 2. Eigenmode bei 41,3 Hz sind für beide Modelle in Abbildung 5.7 die Schwingungsform sowie die zugehörige Schwinggeschwindigkeit zu sehen. Der Dämpfungsbelag beeinflusst die Schwingform zwar etwas, indem er die Schwingungszone verkleinert, aber das qualitative Verhalten im Geschwindigkeits- und Verformungsbild ist weiterhin ähnlich. Der maximale Schwingauschlag sowie die maximale Schwinggeschwindigkeit sind im Modell ohne Dämpfungsbelag höher ($4,86 \cdot 10^{-2}$ mm und $1,261 \cdot 10^1$ mm/s beim Modell ohne Dämpfungsbelag bzw.

$2,46 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ und $6,383 \cdot 10^0 \text{ mm/s}$ beim anderen Modell). Für diese Eigenmode ist die aktive Strukturintensität beider Modelle für mehrere Farbskalen in Abbildung 5.8 gegenübergestellt.

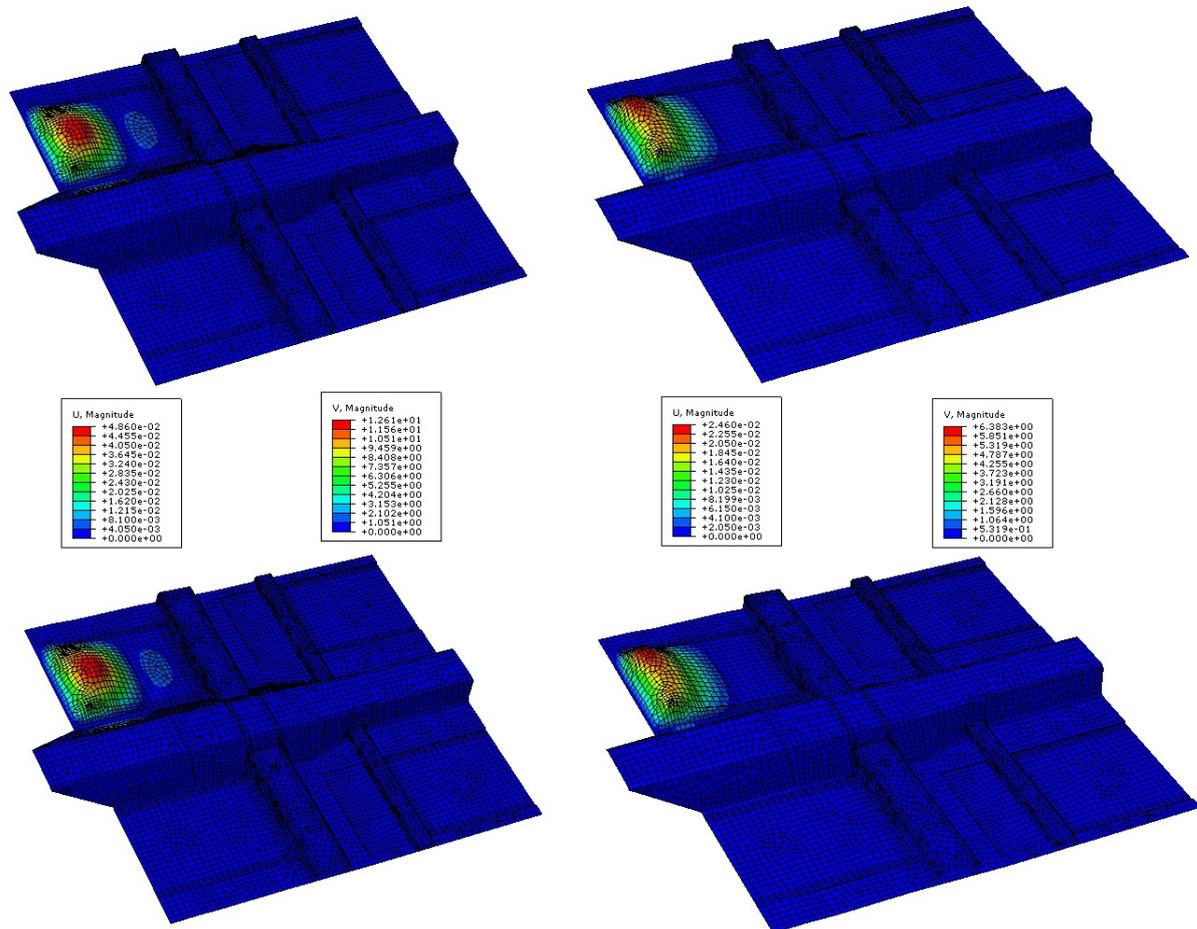


Abbildung 5.7: Schwingform (oben) und Schwinggeschwindigkeit (unten) in der 2. Eigenmode beim Unterbodenmodell ohne Dämpfungsbelag (links) sowie mit Belag_vr1 und den Belag_vr2 (rechts)

Die Intensität fällt in beiden Modellen ausgehend von den zwei Punkten der Krafteinleitung stark ab. Dieser Intensitätsabfall wird durch die verschiedenen Farbskalen deutlich. In diesen wurde der obere Grenzwert schrittweise in Zehnerpotenzen gesenkt. Hierdurch werden nach und nach die immer geringeren Intensitätswerte in größerer Entfernung zur Krafteinleitung farblich sichtbar. In den einzelnen Bildern gibt die rote Farbe die Bereiche wieder, in denen die Intensität höher als der angegebene Grenzwert ist.

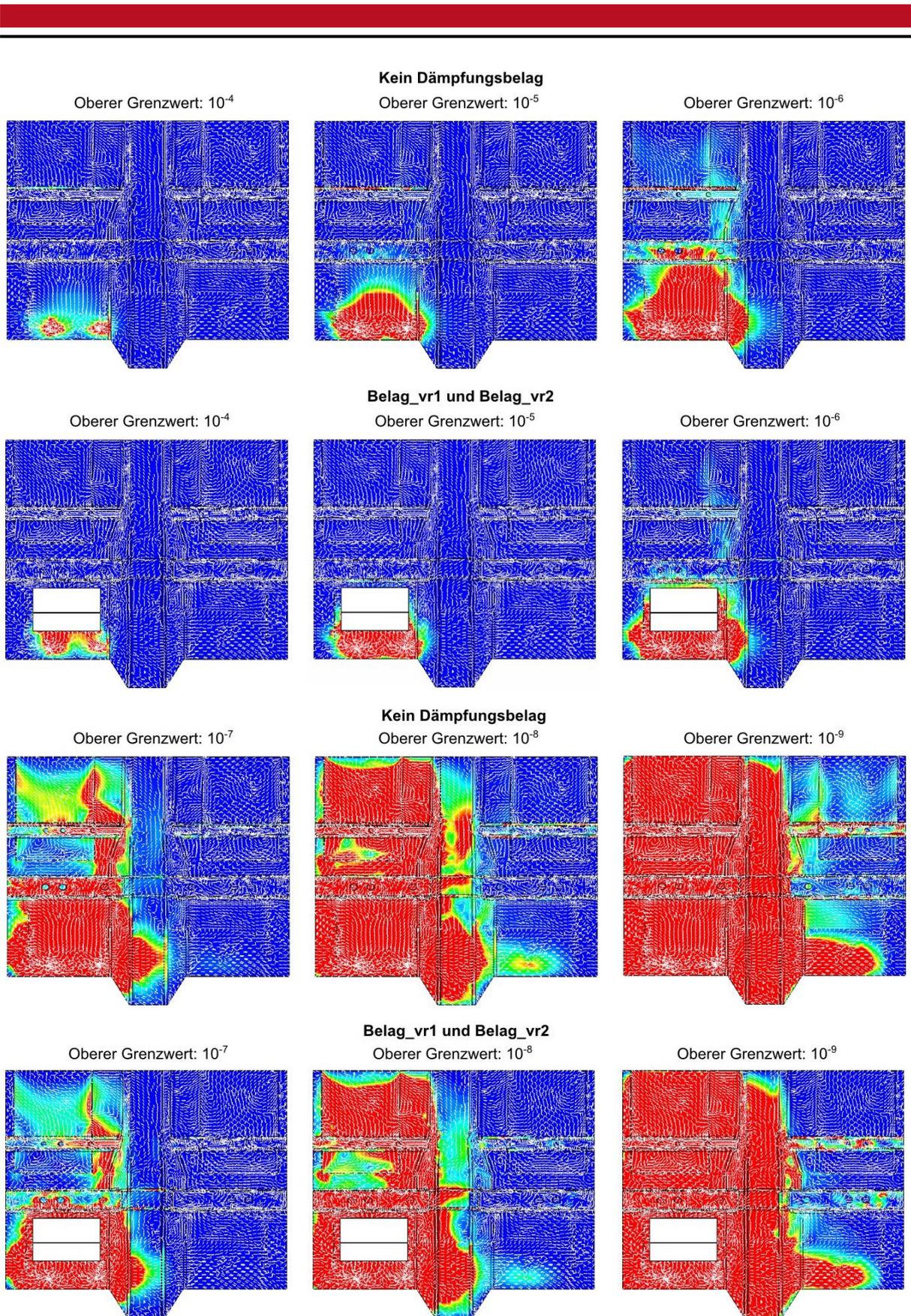


Abbildung 5.8: Aktive Strukturintensität in W/mm in der 2. Eigenmode beim Unterbodenmodell ohne Dämpfungsbelaag (links) sowie mit Belag_vr1 und den Belag_vr2 (rechts)

Im Vergleich beider Modelle zeigt sich, dass die Intensitätsverteilung mit Ausnahme des Bereichs zwischen Krafteinleitung und Dämpfungsbelag qualitativ über dem gesamten Unterboden gleich ist. Die Bilder mit einem oberen Grenzwert von 10^{-4} lösen farblich den Bereich zwischen Krafteinleitung und Dämpfungsbelag auf. Es ist deutlich der Fluss von der Quelle zur Senke zu erkennen. Die größere rote Fläche zeigt auch, dass durch den Dämpfungsbelag die Intensität in diesem Bereich höher ist als im Modell ohne Dämpfungsbelag. Die weiteren, farblich feiner aufgelösten Bilder zeigen, dass außerhalb des Bereichs, in dem sich der Dämpfungsbelag befindet, die Werte der Strukturintensität im Modell ohne Dämpfungsbelag höher sind.

Das grundlegende Verhalten der aktiven Strukturintensität, wie es in Abbildung 5.8 zu sehen ist, tritt ebenfalls in den Modellen mit den sechs Dämpfungsbelägen auf. Gemeint ist der starke Werteabfall der Strukturintensität ausgehend von der Stelle der Krafteinleitung. Dieses Verhalten erklärt, weswegen die Dämpfungsbeläge im vorderen, rechten Bereich des Unterboden fast den gesamten Anteil der dissipierten Leistung erbringen, vergleiche Tabelle 5.5. Denn dort, wo sich kaum Energie befindet, kann auch kaum Energie dissipiert werden.

Eine weitere Frage ist, weswegen beide Dämpfungsverteilungen konstanter Belagsdicke deutlich niedrigere Leistungsverhältnisse erzielen, als die beiden optimierten Dämpfungsverteilungen. Hierzu werden das Modell mit der optimalen Dämpfungsverteilung der Evolutionsstrategie und das Modell mit der konstanten Dämpfungsverteilung von 30 mm miteinander in ihrer ersten Eigenmode verglichen. Diese liegt beim ersten Modell bei 54,7 Hz und beim zweiten bei 59,2 Hz. Die Schwingform und die Schwinggeschwindigkeit, die für beide Modelle in Abbildung 5.9 dargestellt sind, zeigen, dass es sich um die gleiche Mode des Modells handelt.

Der maximale Schwingausschlag und die maximale Schwinggeschwindigkeit sind im Modell der konstanten Dämpfungsverteilung ungefähr doppelt so hoch wie im Modell mit der optimalen Dämpfungsverteilung ($1,805 \cdot 10^0$ mm und $3,281 \cdot 10^2$ mm/s bzw. $9,544 \cdot 10^{-1}$ mm und $6,712 \cdot 10^2$ mm/s). Der dickere Belag im Modell der konstanten Dämpfungsverteilung führt dazu, dass der Schwingausschlag zwar größer, der effektive Schwingbereich aber kleiner wird. Die zugehörigen Intensitätsverteilungen der ersten Eigenmode beider Modelle sind in Abbildung 5.10 einander gegenübergestellt. Hierbei unterscheiden sich die einzelnen Bilder wieder hinsichtlich des oberen Grenzwertes in der Farbskala.

Es zeigt sich ein qualitativ gleicher Verlauf der Strukturintensität in beiden Modellen. Bei gleicher Skalierung sind beim Modell konstanter Dämpfungsverteilung die farblich roten Bereiche etwas größer, was bedeutet, dass die Intensität in diesem Modell im Vergleich zum

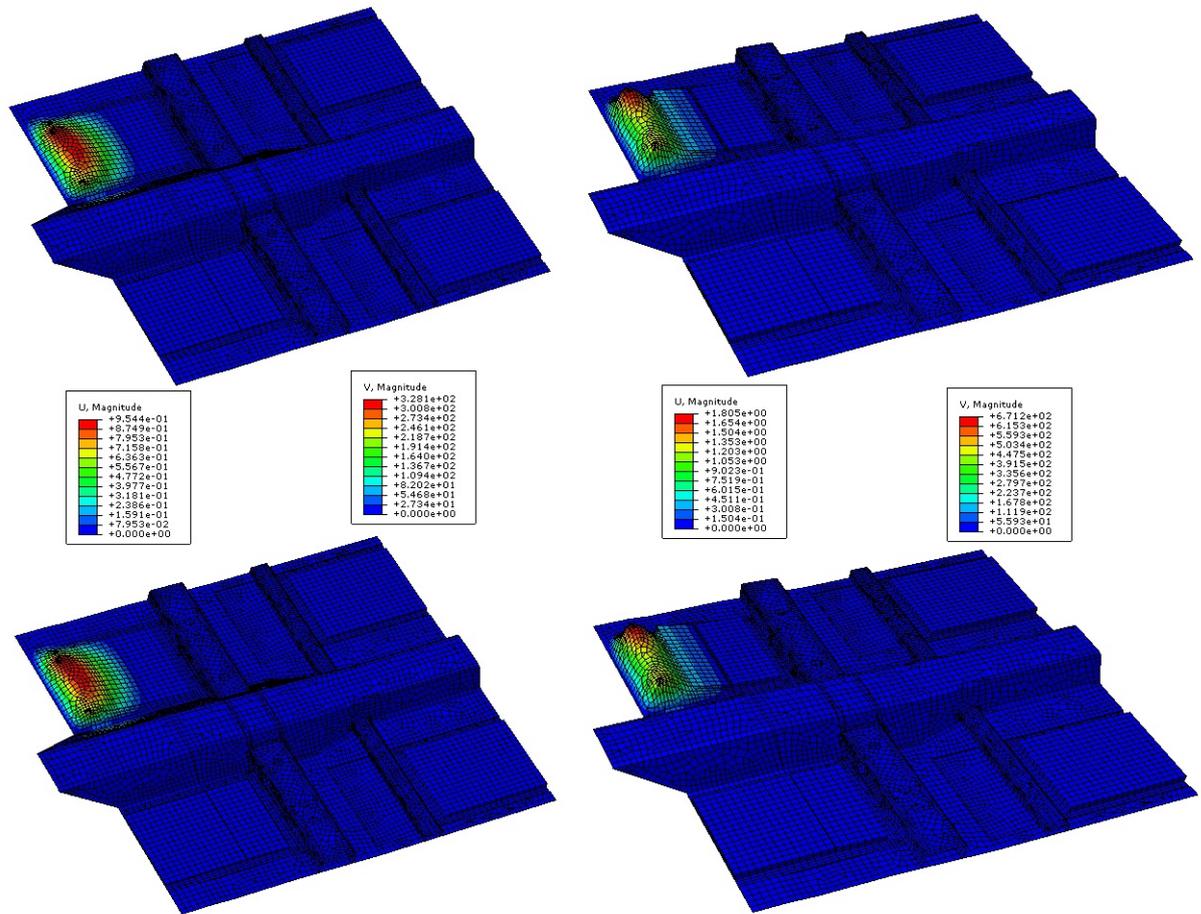


Abbildung 5.9: Schwingform (oben) und Schwinggeschwindigkeit (unten) in der 1. Eigenmode beim Unterbodenmodell mit optimaler Verteilung des Dämpfungsbelags (links) sowie mit konstanter Verteilung des Dämpfungsbelags von 30 mm (rechts)

Modell mit der optimierten Dämpfungsverteilung an gleichen Stellen etwas höher ist. Der Blick auf die Strukturintensität erklärt allerdings nicht den Grund, weswegen das Leistungsverhältnis bei der konstant dicken Dämpfungsverteilung so viel schlechter ist. Es ist möglich, dass die höhere Masse des Dämpfungsbelags einen solchen Impedanzsprung im Übergangsbereich von Platte und Dämpfungsbelag erzeugt, dass der Körperschall vom Dämpfungsbelag teils reflektiert wird und dadurch nicht im Belag dissipiert werden kann. Um eine Antwort auf diese Frage zu finden, sind weitere Untersuchungen nötig, in denen der Übergangsbereich zwischen Platte und Dämpfungsbelag genauer betrachtet wird. Welche konkreten, weiteren Schritte daher aufbauend auf die Ergebnisse dieser Arbeit durchgeführt werden können, sind im Ausblick genauer beschrieben.

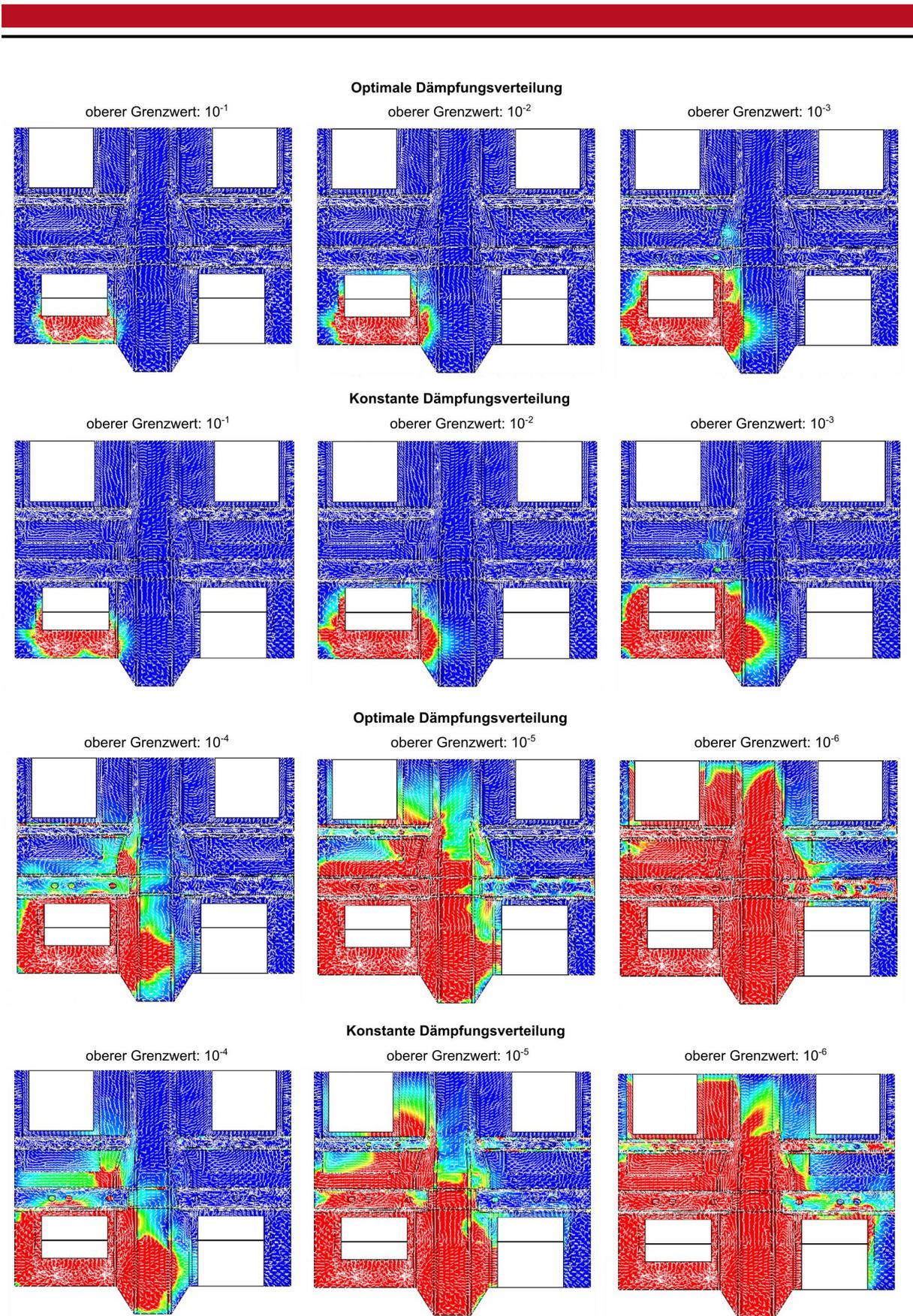


Abbildung 5.10: Aktive Strukturintensität in W/mm in der 1. Eigenmode beim Unterbodenmodell mit optimaler Verteilung des Dämpfungsbelags sowie mit konstanter Verteilung des Dämpfungsbelags von 30 mm

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird eine Methode vorgestellt, mit der sich numerisch die Dämpfungsverteilung auf einer angeregten Schalenstruktur optimieren lässt. Als Werkzeug wird hierbei die Strukturintensitätsanalyse verwendet. Mit der Strukturintensität, die den Energiefluss des Körperschalls von einer Quelle zu einer Senke beschreibt, lässt sich ermitteln, wie viel Energie in einem Kontrollvolumen, in dem sich eine Senke befindet, dissipiert wird. Ebenso kann die Eingangsleistung für ein Kontrollvolumen berechnet werden, in dem sich eine Quelle befindet.

Die Arbeit erläutert zunächst die theoretischen Grundlagen, welche zum Verständnis der Arbeit dienen. Es wird ein Überblick zur Strukturoptimierung sowie eine ausführliche mathematische Beschreibung der verwendeten Optimierungsverfahren gegeben. Der Begriff der Strukturintensität wird anschaulich und mathematisch beschrieben. Ebenso wird auf das physikalische Wirkprinzip von Dämpfungsbelägen eingegangen.

In einem ersten Schritt werden numerische Voruntersuchungen an einem Plattenmodell durchgeführt. Die Platte stellt eine einfache Modellgeometrie dar, an der die verwendete Rechenmethode zunächst getestet wird. Zudem werden an der Platte Parameterstudien durchgeführt, um geeignete Parameter zur korrekten Modellerstellung zu ermitteln. Gegenstand der Betrachtung in den Voruntersuchungen ist das Verhältnis der Verlustleistung zur Eingangsleistung.

Ein Vergleich der Leistung auf die klassische Art an Hand der Anregungskraft und der Geschwindigkeit im Kraftangriffspunkt zu berechnen und die Leistung mit der Strukturintensitätsmethode zu berechnen, zeigt, dass diese Rechenmethode zu plausiblen Ergebnissen führt. Es zeigt sich ebenfalls, dass die Genauigkeit der Methode abhängig von der Vernetzung und der Wahl des Kontrollvolumens ist. Die Leistung wird an den Elementen entlang einer geschlossenen Linie, die das Kontrollvolumen definiert, berechnet. Die Genauigkeit der berechneten Leistung steigt mit zunehmender Anzahl der Elemente entlang der geschlossenen Linie. Somit sind die Verringerung der Elementgröße entlang des Kontrollvolumens oder die Vergrößerung des Kontrollvolumens Stellschrauben zum Erhöhen der Ergebnisgenauigkeit. Der Verlauf der Strukturintensität besitzt seinerseits einen Einfluss auf die Elementgröße. Je gleichmäßiger der Verlauf, d.h. je kleiner die Richtungsänderung der Intensität zwischen nebeneinander liegenden Elementen ist, desto grober kann die Vernetzung für eine vergleichbare Genauigkeit sein. Die Voruntersuchungen zeigen, dass die erreichbare Verfahrensgenauigkeit bei vertretbar feiner Vernetzung sowie Größe des Kontrollvolumens

98 % beträgt. Hierbei ist der Rechenzeitaufwand gegenüber der erforderlichen Genauigkeit abzuwägen. So ist durchaus auch eine Verfahrensgenauigkeit von 100 % möglich.

Ein weiteres Ergebnis der Voruntersuchungen ist, dass Dämpfungsbeläge am besten als Volumenstruktur modelliert und über die Kontaktdefinition Tie mit der Grundstruktur verknüpft werden. Hierbei zeigt sich, dass Elemente, deren Knoten durch eine Kontaktdefinition mit einer Zwangsbedingung versehen sind, nicht zur Berechnung der Leistung mittels der Strukturintensitätsmethode verwendet werden sollen, da die resultierenden Ergebnisse nicht plausibel sind. Somit sollte die geschlossene Linie des Kontrollvolumens, welche die Dämpfungsbeläge umgibt, einen Abstand zu diesen besitzen.

Aufbauend auf den Ergebnisse der Voruntersuchungen wird das FE-Modell, welches für die Optimierung verwendet wird, erstellt. Dieses ist die Bodenbaugruppe eines PKWs, auf dessen Bodenblech sechs Dämpfungsbeläge appliziert werden. Die Dicken dieser Beläge entsprechen den Designvariablen in der Optimierung. Als Zielfunktion wird der Kehrwert des Verhältnisses aus Verlust- zu Eingangsleistung minimiert. Beide Leistungsgrößen werden, bevor sie zueinander ins Verhältnis gesetzt werden, über dem betrachteten Frequenzbereich integriert. Als Optimierungsverfahren werden das Adaptive Antwortflächenverfahren und die Evolutionsstrategie angewendet und miteinander verglichen. Als Optimierungswerkzeug dient hierbei OptiY.

Beide Optimierungsstrategien liefern Ergebnisse, die dicht beieinander liegen. Es zeigt sich, dass das Adaptive Antwortflächenverfahren recht schnell zu konvergieren beginnt. Die Besonderheit ist, dass das Verfahren in einer früheren Iteration einen besseren Wert der Zielfunktion gefunden hat, als der Wert, gegen den das Verfahren konvergiert. Die Evolutionsstrategie hat für das vorliegende Modell einen leicht höheren Wert für das Leistungsverhältnis und somit ein etwas besseres Ergebnis erzielt. Allerdings ist das Verfahren bis zur Iteration, in der es aus Zeitgründen beendet wurde, noch nicht am konvergieren. Beide Verfahren liefern qualitativ gleiche Ergebnisse. Die ermittelten, optimalen Belagsdicken liegen alle unterhalb der gesetzten Restriktionen und widersprechen somit der Erwartung, dass ein möglichst dicker Dämpfungsbelag zu einer maximalen Dissipation führt. Es zeigt sich auch, dass die beiden Beläge, welche am nächsten zur Krafteinleitung gelegen sind, zum einen die geringste Dicke besitzen und zum anderen über 99 % zur dissipierten Leistung beitragen. Bei Betrachtung der aktiven Strukturintensität zeigt sich, dass diese mit zunehmender Entfernung von der Krafteinleitung unabhängig von der betrachteten Frequenz stark sinkt. Daher ist die Energiemenge, welche die weiter entfernten Dämpfungsbeläge erreicht, sehr gering im Vergleich zu den beiden nahe gelegenen Belägen. In einem Vergleich wird eine

Dämpfungsverteilung betrachtet, deren Dicke konstant auf den maximalen Restriktionswert gesetzt wird. Das Leistungsverhältnis, das durch diese Dämpfungsverteilung erreicht wird, ist deutlich geringer. Die Betrachtung der aktiven Strukturintensität gibt allerdings keinen Aufschluss über die Gründe hierfür.

Diese Arbeit hat gezeigt, dass die Strukturintensität verwendet werden kann, um eine optimale Dämpfungsverteilung zu bestimmen. Das Strukturverhalten sollte in einem weiteren Schritt aber näher untersucht werden, um genauere Informationen zu erhalten, was genau im Übergangsbereich zwischen Bodenblech und Dämpfungsbelag passiert. Eine genauere Betrachtung der Schnittkräfte und der Geschwindigkeiten in diesem Bereich kann Aufschluss darüber geben, weswegen der dünnere Dämpfungsbelag deutlich mehr Energie dissipiert als der dickere Belag. Auch die Betrachtung der Divergenz der Strukturintensität kann weitere Anhaltspunkte liefern, da diese angibt, wie sich der Betrag und die Richtung der Strukturintensität ändern. Die Betrachtung der Strukturintensität in den Dämpfungsbelägen selbst ist möglicherweise ebenfalls sehr aufschlussreich.

Des Weiteren sind weitere Studien nötig, welche die Interaktion von Kontaktbedingungen im FE-Modell und der Intensitätsberechnung an diesen Elementen genauer untersucht. Wenn diese erfolgreich verlaufen, unterliegt die Applikation des Dämpfungsbelags im FE-Modell keiner Restriktion mehr und kann in beliebiger Position auf dem Unterbodenmodell oder einer anderen Struktur aufgebracht werden. Dadurch können anschließend realitätsnahe Optimierungen der Dämpfungsverteilung durchgeführt werden.

Weiterhin ist es denkbar, die Optimierung auf Basis der vorgestellten Strukturintensitätsmethode auch für weitere Strukturverbesserungen zu verwenden. So könnten beispielsweise Energiepfade in einer Struktur optimiert werden. Dabei könnte der Energiefluss von einem Bereich in einen anderen durch Strukturänderungen gehemmt oder gefördert werden. Hierzu müssten verschiedene Struktureigenschaften wie beispielsweise die Materialdicke oder weitere Geometrie Größen im betrachteten Bereich parametrisiert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] *Abaqus 6.10 - Analysis User's Manual Volume II: Part III Analysis Procedures*
- [2] *Abaqus 6.10 - Analysis User's Manual Volume IV: Part VI Elements*
- [3] *Abaqus 6.10 - Analysis User's Manual Volume V: Part VIII Constraints*
- [4] *Hilfe OptiY Version 4.0*
- [5] BAUNETZ WISSEN: *Das Online-Fachlexikon.* – http://www.baunetzwissen.de/index/Akustik-Schallarten_31609.html, zuletzt abgerufen am 06. April. 2012
- [6] BEINERSDORF, Heiko: *Implementierung und Anwendung eines Adaptiven Antwortflächenverfahrens*, Bauhaus–Universität Weimar, Diplomarbeit, 2003
- [7] BRAESS, Hans-Hermann (Hrsg.) ; SEIFFERT, Ulrich (Hrsg.): *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik.* Vieweg+Teubner, 2012
- [8] BÖS, Joachim: *Numerical shape optimization in structural acoustics*, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2004
- [9] GENUIT, Klaus (Hrsg.): *Sound-Engineering im Automobilbereich: Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [10] GSCHIEDLE, Rolf (Lektorat): *Fachkunde Karosserie- und Lackiertechnik.* Verlag Europa-Lehrmittel, 2008
- [11] HANSELKA, Holger ; BÖS, Joachim: *Maschinenakustik.* In: *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012
- [12] HARZHEIM, Lothar: *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen.* Deutsch Harri GmbH, 2007
- [13] HECKL, M. ; CREMER, L. ; MÖSER, M. ; KROPP, W.: *Körperschall: Physikalische Grundlagen und Technische Anwendungen.* Springer, 2010
- [14] HECKL, Manfred: *Technische Akustik.* In: *Raumklimatechnik, Band 1: Grundlagen.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [15] HERING, Thorsten: *Strukturintensitätsanalyse als Werkzeug der Maschinenakustik.pdf,* Technische Universität Darmstadt, Diss., 2012

-
- [16] KLEIN, Bernd: *FEM - Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Vieweg-Verlag, 2007
- [17] KLUG, Florian: *Logistikmanagement in der Automobilindustrie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [18] MERZIGER, Gerhard ; WIRTH, Thomas ; WILLE, Detlef ; MÜHLBACH, Günter: *Formeln und Hilfen zur Höheren Mathematik*. Binomi Verlag, 2004
- [19] PFLÜGER, Martin ; BRANDL, Franz ; BERNHARD, Ulrich ; FEITZELMAYER, Karl: *Fahrzeugakustik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [20] RAEKE, Dr.-Ing. I: *Flächentrakwerke I/II - Einführung in die Schalentheorie*. 2010. – Vorlesungsskript
- [21] REUL, Stefan: *Numerische Singularitäten bei FEM-Analysen*. – <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-87212>, zuletzt abgerufen am 15. Mai 2012
- [22] SCHUMACHER, Axel: *Optimierung mechanischer Strukturen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005
- [23] SIEBERTZ, Karl ; VAN BEBBER, David ; HOCHKIRCHEN, Thomas: *Statistische Versuchsplanung - Design of Experiments (DoE)*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [24] TSCHESCHE, Johannes: *Akustische Strukturoptimierung mit Hilfe numerischer Verfahren*, Technische Universität Darmstadt, Diplomarbeit, 2009
- [25] WILKEN, Nils: *Berechnung von Strukturintensitäten mit Hilfe von Abaqus*, Technische Universität Darmstadt, Diplomarbeit, 2010
- [26] ZELLER, Peter (Hrsg.): *Handbuch Fahrzeugakustik - Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. Vieweg+Teubner, 2009