SIMPEP
4. Kongress zu Einsatz und Validierung von Simulationsmethoden für die Antriebstechnik
17./18. September 2014

Probabilistische Simulation dynamischer Systeme am Beispiel eines Induktionsmotors

Vortragender:
Dr.-Ing. The-Quan Pham
OptiY GmbH
Glattbacher Str. 78
63741 Aschaffenburg

Weitere Autoren:
Dr.-Ing. Alfred Kamusella
Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design, TU Dresden

Kurzfassung:

Der Artikel enthält eine kurze Einführung in die probabilistische Dynamik-Simulation. Die Modellparameter werden dabei als stochastische Streuungen betrachtet. Die Grundlagen für 1D-Meta-Modelle sind der Gauß-Prozess und die Hauptkomponentenanalyse, die auf klassische deterministische Modelle angewendet werden. Als Ergebnisse erhält man unscharfe Verteilungsdichtefunktionsverläufe mit ihren Streubereichen und Wahrscheinlichkeitsdaten. Diese Ergebnisse entsprechen den statistischen Messungen in der Realität. Veranschaulicht wird das am Beispiel eines Induktionsmotors. Es wird gezeigt, dass die Aussagen der Simulationsergebnisse nachvollziehbar und glaubwürdig sind. Die Akzeptanz der Simulation in der Produktentwicklung wird damit deutlich erhöht.

1. Problemstellung

Beim Einsatz von Simulationsmodellen in der Produktentwicklung gibt es einige Unsicherheiten. Die Simulationsergebnisse sollen hinreichend genau das reale Produktverhalten widerspiegeln. Das setzt voraus, dass im Modell die wesentlichen physikalischen Effekte berücksichtigt werden. Die größten Probleme liegen jedoch in den Streuungen der Parameterwerte und in der messtechnischen Validierung des Modells. Diese Probleme resultieren aus den fertigungsbedingten Streuungen der Materialien und den schwankenden Umweltbedingungen wie Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Lichthelligkeit usw. Daraus ergeben sich als Messergebnisse auch streuende zeitliche Verläufe, die zur Modellvalidierung verwendet werden sollen.

Bei der klassischen nominalen Dynamik-Simulation verwendet man für jeden Modellparameter nur einen "exakten" Wert, so dass daraus ein eindeutiges Zeitverhalten des Modells resultiert. Die Ergebnisse der nominalen Simulation widerspiegeln somit nur das idealisierte Verhalten eines Produktexemplars. Probabilistische Simulation betrachtet dagegen Modellparameter wie in der Realität mit ihren Streuungen. Als Simulationsergebnisse erhält man dann unscharfe Signalverläufe mit Wahrscheinlichkeitsdichten für jeden Zeitpunkt, welche durch Minimum, Maximum, Mittelwert, Standardabweichung usw. beschrieben sind. Damit kann man die Streubreite des tatsächlichen Produktverhaltens berechnen, sowie z.B. die Wahrscheinlichkeit des Auftretens des Worst-Case bzw. Best-Case bestimmen. Für die Modellvalidierung liefert die probabilistische Simulation eine Grundlage, die Simulationsergebnisse besser in Einklang mit den konkreten Messergebnissen zu bringen, welche von den idealen Werten abweichen.

Am Beispiel eines Induktionsmotors wird die Anwendung der probabilistischen Simulation veranschaulicht. Die nominale Simulation erfolgt mit klassischer Finite-Elemente-Methode [4]. Die Ergebnisse der nominalen Simulation erfüllen vollständig alle Entwurfsanforderungen. Wegen der streuenden Motorparameter und Materialeigenschaften, wie elektrische Leitfähigkeit und magnetische Permeabilität sowie viskose Rotorreibung, erhält man als Simulationsergebnis [3] das reale streuende Zeitverhalten des Induktionsmotors, welches die Entwurfsspezifikationen teilweise nicht erfüllt.

2. Grundlagen der probabilistischen Simulation

Die Grundlage der probabilistischen Simulation ist ein deterministisches Modell Y(x), das bei einem exakten Wert der Modellparameter x ein eindeutiges Ergebnis Y liefert. Im Gegensatz zur deterministischen Simulation werden die Modellparameter x hier nicht als jeweils ein exakter Wert, sondern als beliebige stochastische Verteilungen (Streuungen) betrachtet. Die Aufgabe der probabilistischen Simulation besteht darin, aus den Streuungen der Modellparameter x die Streuungen der Ergebnisgrößen Y zu berechnen (Bild 1). Dafür existieren zwei Klassen von numerischen Verfahren: Sampling- und Moment-Methode [2]. Für die Moment-Methode werden nur bestimmte Stützstellen festgelegt und mit dem originalen Modell berechnet. Die Verteilungen der Ergebnisgrößen werden anschließend analytisch ermittelt. Das Verfahren benötigt nur eine geringe Anzahl von Modellberechnungen und liefert hochgenaue Ergebnisse - allerdings nur, wenn das deterministische Modell im Bereich der Parameterstreuungen linear oder quadratisch ist. Das ist aber nicht immer der Fall.

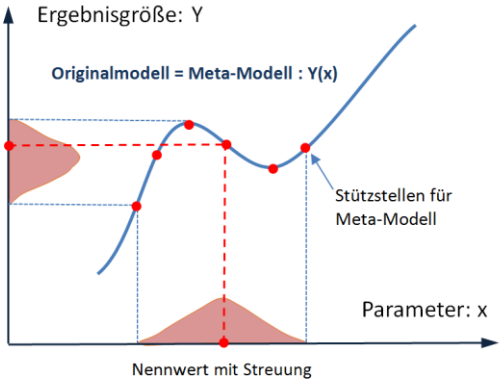

Bild 1: Prinzip der probabilistischen Simulation

Das Sampling-Verfahren basiert auf Zufallszahlen nach dem Monte-Carlo-Prinzip. Im Bereich der Parameterstreuung werden Zufallspunkte nach bestimmten Regeln (Plane Monte Carlo, Latin Hypercube, Sobol usw.) entsprechend ihrer stochastischen Verteilung generiert. Diese Punkte werden anschließend mit dem Originalmodell berechnet und ihre Ergebnisse statistisch ausgewertet. Dieses Verfahren ist in vielen kommerziellen Softwarepaketen implementiert. Die großen Probleme sind allerdings die lange Rechenzeit eines komplexen deterministischen Modells und die Streuungsgenauigkeit der Ergebnisgrößen. Die Genauigkeit aller bekannten stochastischen Verteilungen wird durch die vier zentralen Momente (Mittelwert, Varianz, Schiefer und Überhöhung) bestimmt. Das Bild 2 zeigt beispielhaft die prozentuale Abweichung der vier statistischen Momente von der Stichprobe beim Monte-Carlo-Sampling mit vier Parameterstreuungen. Bei einem vertretbaren Aufwand von hunderten Modellberechnungen für komplexe Modelle liegt der Fehler der Momente schon bei bis zu 50%. Die hier ermittelten Streuungen der Ergebnisgrößen sind daher nicht nutzbar. Erst nach tausenden Modellberechnungen tendiert der Fehler gegen 0. Aber wegen der langen Rechenzeit des deterministischen Modells ist dies aber praktisch nicht durchführbar.

Die Lösung dieses Problems liegt in den abgeleiteten Antwortflächenverfahren. Das Ziel ist zuerst die Bildung eines echtzeitfähigen mathematischen Ersatz- bzw. Meta-Modells, das bei gleichen Parametern dieselben Werte der Ergebnisgrößen wie das originale Modell liefert, dessen Berechnung jedoch viel schneller abläuft (Bild 1). Auf der Basis von extrem schnellen Meta-Modellen kann man dann die Sampling-Methode mit tausenden Modellberechnungen mit geringem zeitlichem Aufwand durchführen, um die Streuungen der Ergebnisgrößen hochgenau zu ermitteln. Die Genauigkeit dieses Verfahrens hängt nur noch von der Abweichung zwischen Ersatz- und Originalmodell ab.

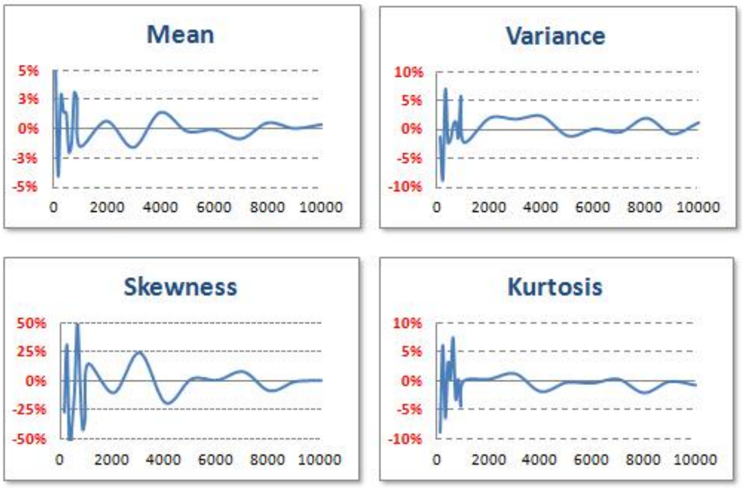

Bild 2: Prozentuale Abweichungen der statistischen Zentralmomente einer Verteilung in Abhängigkeit von einer Monte-Carlo-Stichprobe

Zur Bildung eines Meta-Modells werden Stützstellen entsprechend der statistischen Versuchsplanung mit dem Originalmodell berechnet. Es existieren dafür einige bekannte Versuchsverfahren wie Monte-Carlo-Sampling, Factorial Design, Center Composite Design usw. Basierend auf diesen Stützstellen werden dann die Meta-Modelle gebildet. Verschiedene Methoden wurden dafür entwickelt, die sich nach der Art der verwendeten mathematischen Funktion unterscheiden. Bekannt sind u.a. Polynome, Gauß-Prozess, Radial Basis, Neuronale Netze. Die beste Methode ist der Gauß-Prozess, welcher das Verhalten des Originalmodells an den Stützstellen exakt wiedergibt und einen interaktiven Prozess zur Verfeinerung des Meta-Modells in Sub-Räumen des Parameterraums mit geringer Anzahl von Modellberechnungen ermöglicht. Die mathematische Ersatzfunktion Y(x) besteht aus einem Polynom mit beliebiger Ordnung f(x) und einem stochastischen Prozess Z(x) [1]:

$$Y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{p} \beta_i \cdot f_i(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x})$$

$$\begin{pmatrix} Y_0 \\ \mathbf{Y}^n \end{pmatrix} \approx N_{n+1}\left[\begin{pmatrix} \mathbf{f}_0^T \\ \mathbf{F} \end{pmatrix}\boldsymbol{\beta}, \quad \sigma_z^2 \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{r}_0^T \\ \mathbf{r}_0 & \mathbf{R} \end{pmatrix}\right]$$

Damit lassen sich die meisten *0D*-Probleme abbilden. Für die dynamische Simulation in Form von *1D*-Problemen kann man für jeden einzelnen Zeitpunkt der Signalverläufe die Methoden der *0D*-Probleme anwenden. Das funktioniert gut für kurze Signalverläufe. Für lange Verläufe ist dies allerdings sehr aufwändig, da die Anzahl der Metamodelle hier sehr groß wird. Dann ist es besser, wenn man die Signalverläufe in Komponenten t_k mittels einer Hauptkomponentenanalyse [3] zerlegt:

$$t_{k(i)} = \mathbf{x}_{(i)} \cdot \mathbf{w}_{(k)}$$

Dabei sind **x** der Parametervektor und $\mathbf{w_k}$ die absteigenden Gewichtsvektoren der Hauptkomponenten:

$$\mathbf{w}_{(1)} = \underset{\Vert\mathbf{w}\Vert=1}{\arg\max}\,\left\{\Vert\mathbf{X}\mathbf{w}\Vert^2\right\} = \underset{\Vert\mathbf{w}\Vert=1}{\arg\max}\,\left\{\mathbf{w}^T\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{w}\right\}$$

$$\mathbf{w}_{(k)} = \underset{\Vert\mathbf{w}\Vert=1}{\arg\max}\left\{\Vert\hat{\mathbf{X}}_{k-1}\mathbf{w}\Vert^2\right\} = \arg\max\,\left\{\frac{\mathbf{w}^T\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^T\hat{\mathbf{X}}_{k-1}\mathbf{w}}{\mathbf{w}^T\mathbf{w}}\right\}$$

Diese einzelnen Hauptkomponenten werden dann durch individuelle und voneinander unabhängige Gauß-Prozesse als *0D*-Probleme approximiert. Die Anzahl der Komponenten entspricht der Anzahl der Stützstellen und kann auch mittels einer Sensitivitätsanalyse der Gewichtsvektoren reduziert werden, so dass der Rechenaufwand für die dynamische Simulation in einem vertretbaren Umfang bleibt.

3. Multidisziplinäre Entwurfsumgebung

Alle numerischen Verfahren sind in dem Softwarepaket OptiY® implementiert. OptiY ist eine offene und multidisziplinäre Entwurfsumgebung (Bild 3), welche modernste Optimierungsstrategien und State oft the Art probabilistischer Algorithmen zur Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse, Robustheitsbewertung, Zuverlässigkeitsanalyse, Lebensdauer-Berechnung, Data-Mining und Meta-Modellierung bereitstellt. Die externen Modelle, auf deren Basis die probabilistische Simulation und Optimierung erfolgen soll, werden dabei als Blackbox mit Ein- und Ausgangsgrößen betrachtet. Damit ist OptiY ein offenes System für unterschiedlichste Modellklassen. Die Anpassung an eine spezielle Modellumgebung erfolgt über die verfügbaren Schnittstellen. Möglich ist das Zusammenwirken mit verschiedenen CAD- und CAE-Systemen, aber auch mit "materiellen" Versuchsständen, z.B. Regler-Optimierung für Antriebsysteme. Dadurch wird die probabilistische Simulation für alle kommerziellen Softwarepakete auf dem Markt möglich.

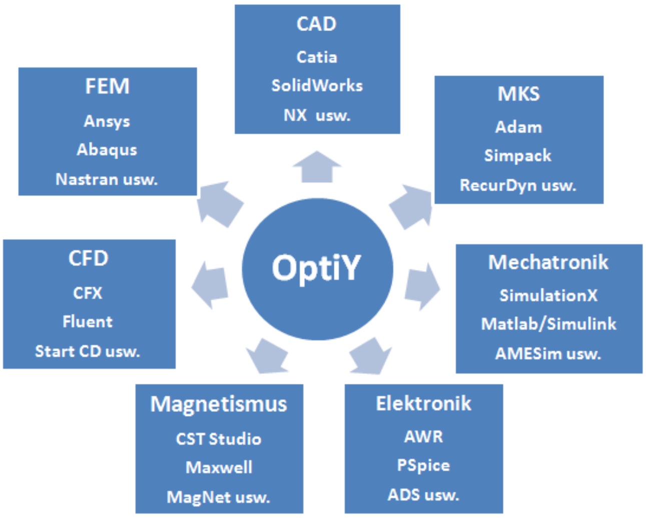

Bild 3 Multidisziplinäre Entwurfsumgebung OptiY

4. Probabilistische Simulation eines Induktionsmotors

Induktionsmotoren sind Wechselstrommotoren, welche in der Industrie von kleinen Werkstätten bis zu Großmaschinen eingesetzt werden. Diese Motoren finden Anwendungen in Kreiselpumpen, Fließbändern, Kompressoren, Bohrmaschinen usw. Der Motor besteht aus einem Rotor mit einem Ring und einem Stator mit Magnetspulen. Zwischen Rotor und Stator befindet sich ein Luftspalt, der für die Funktionsweise des Induktionsmotors eine wesentliche Rolle spielt. Das Hauptziel ist die Untersuchung des dynamischen Verhaltens in Bezug auf das Rotordrehmoment infolge der Parameter-Unsicherheiten. Als Vorgabe der Produktentwicklung wird hier nur betrachtet, dass ein maximales Rotordrehmoment von 3,5 N·m nicht überschreiten darf.

Der Modellaufbau erfolgte mit dem Softwarepaket MagNet der Firma Infolytica [5]. Die Software ist spezialisiert auf die Berechnung elektromagnetischer Felder auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode. Der Modellierungsprozess konnte daher recht schnell und einfach durchgeführt werden. Alle Modellparameter für den Motor werden dabei idealerweise als feste Nennwerte eingegeben. Als Ergebnis liefert der Transient-Solver nominale zeitliche Verläufe der Magnetfelder im Motor (Bild 4).

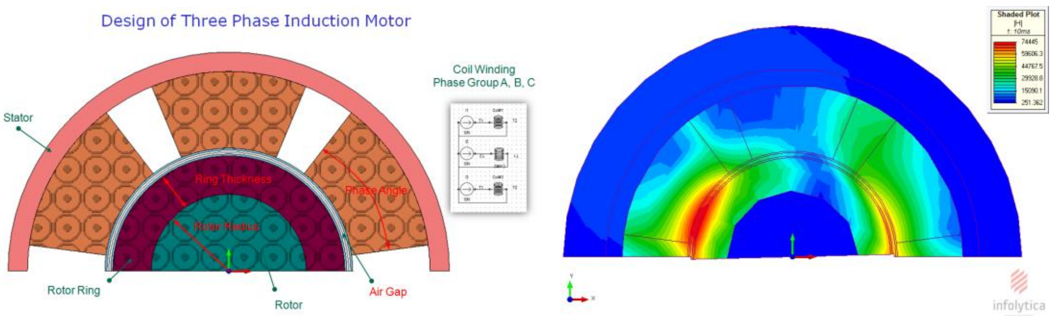

Bild 4: Aufbau und nominale FEM-Simulation des Induktionsmotors

Der ideale zeitliche Signalverlauf des Rotordrehmoments steht ebenfalls zur Verfügung. Die für diese Untersuchung geforderte Spezifikation für das maximale Drehmoment wird bei der nominalen Simulation vollständig erfüllt (Bild 5).

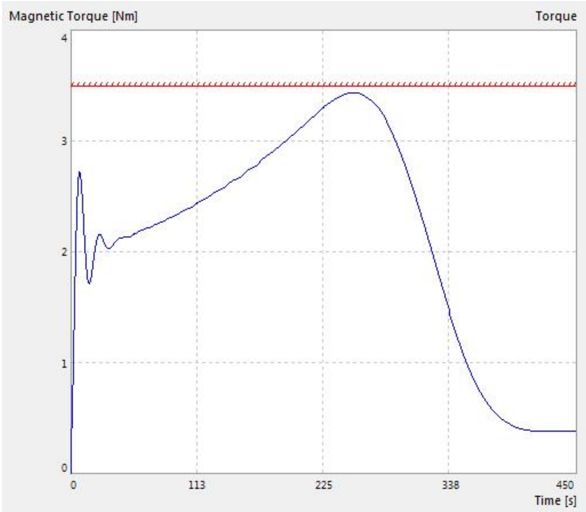

Bild 5: Zeitlicher Signalverlauf des Rotordrehmoments bei der nominalen Simulation

In der Praxis kann man die Motorparameter leider nicht als feste Werte messtechnisch für alle Einsatzbedingungen ermitteln. Wegen der Fertigungsungenauigkeit und dem Verschleiß während des Betriebes schwanken geometrische Motorabmessungen wie Rotorradius, Ringdicke, Luftspalte und Phasenwinkel. Die magnetischen Materialeigenschaften und die viskose Rotorreibung streuen ebenfalls durch unterschiedliche Einsatzbedingungen wie Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Umwelteinfluss usw. Diese unsicheren Parameterstreuungen kann man durch statistische Messungen, Auswertung der Serienfertigung, Datenblättern oder aus Erfahrungen als stochastische Verteilungen um einen fixierten Nennwert erfassen (Bild 6).

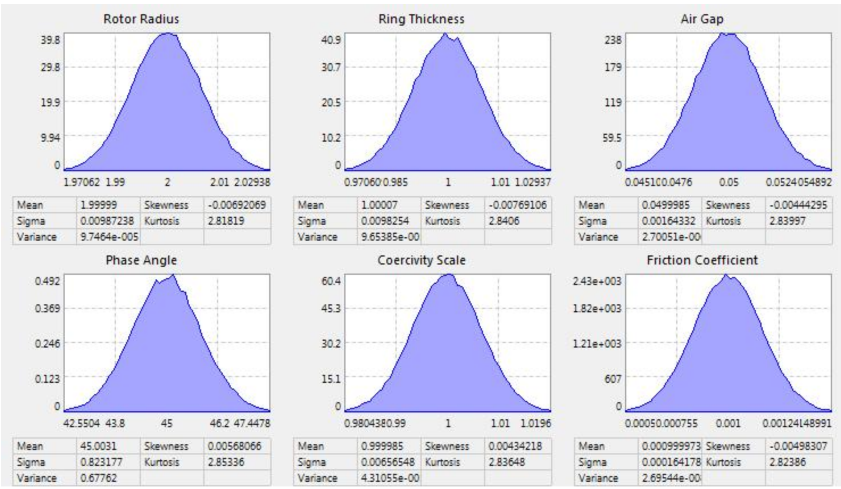

Bild 6: Streuungen der Motorparameter

Um eine probabilisitische Simulation durchzuführen, wurde das deterministische Motormodell in MagNet mit dem Softwarepaket OptiY [4] mittels einer vordefinierten Schnittstelle recht schnell und einfach gekoppelt. Dabei werden die nominalen Modellparameter in MagNet durch Streuungen in OptiY ersetzt. OptiY führt dann eine statistische Versuchsplanung mit 75 Originalmodellberechnungen in MagNet durch, um die Stützstellen für die Meta-Modelle zu generieren. Zur Ermittlung der Verteilungsdichtefunktionen werden 100.000 Punkte als Monte-Carlo-Stichprobe auf die schnellen Meta-Modelle angewendet.

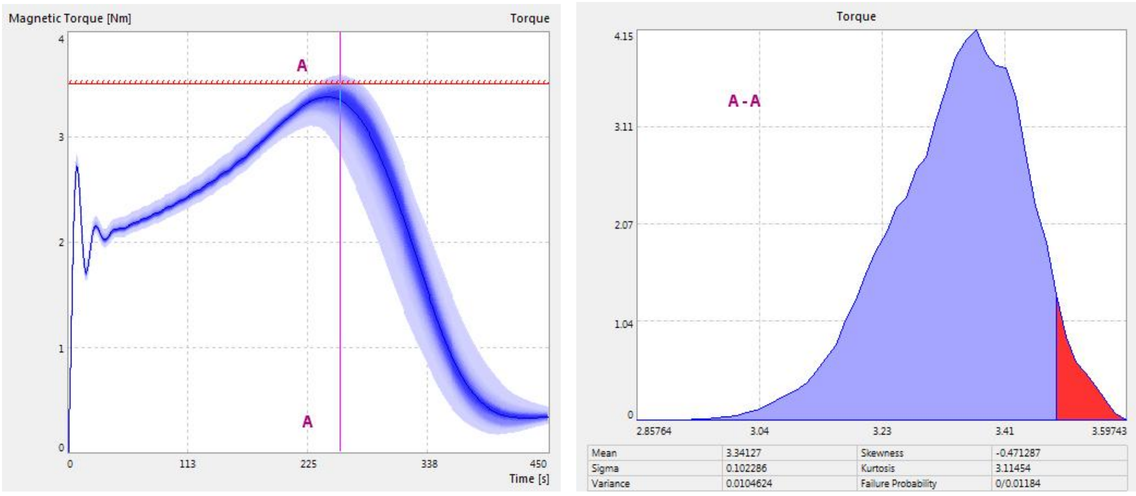

Bild 7: Unscharfer Signalverlauf (Verteilungsdichte) des Rotordrehmoments mit einem Schnitt A-A bei der probabilistischen Simulation

Der zeitliche Signalverlauf des Rotordrehmoments verwandelt sich dadurch in einen unscharfen Verteilungsdichtefunktionsverlauf (Bild 7). Die Farbintensität entspricht der Verteilungsdichte. Je intensiver die Farbe ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Signalverlauf dort befindet. Ein Schnitt A-A veranschaulicht diese Darstellung. Die X-Achse ist das Rotordrehmoment und die Y-Achse ist die Verteilungsdichte des Signalverlaufs. Ebenfalls stehen hier auch die Werte der statistischen Momente wie Mittelwert, Standardabweichung, Varianz sowie min. und max. Werte der Streuung zur Verfügung. Obwohl der nominale Signalverlauf des Drehmoments (Bild 5) die geforderte Spezifikation erfüllt, zeigt der probabilistische Signalverlauf einen Teil, der diese Spezifikation nicht erfüllt. Dieser Bereich der Verteilungsdichte wird in der Schnitt A-A rot dargestellt (Bild 7). Die Wahrscheinlichkeit der Nichterfüllung der Anforderung beträgt hier **1,18%.**

Die probabilistische Simulation zeigt also nicht nur nominale Signalverläufe, sondern auch ihre Streubereiche bzw. Vertrauensintervalle mit den Wahrscheinlichkeitsdaten. Sie widerspiegelt die tatsächlichen Messungen. Damit sind die Aussagen der Simulationsergebnisse nachvollziehbar und glaubhaft. Die Akzeptanz der Simulation in der Produktentwicklung wird dadurch deutlich erhöht.

5. Zusammenfassung

Probabilistische Simulation ermittelt neuartige Ergebnisse auf Basis der Dynamik-Simulation und bildet damit die Realität der statistischen Messungen ab. Es werden nicht nur nominale Signalverläufe der dynamischen Simulation, sondern auch ihre Streubereiche und Vertrauensintervalle mit den Wahrscheinlichkeitsdaten ermittelt. Die Grundlagen dafür sind der Gauß-Prozess und die Hauptkomponentenanalyse für die 1D-Meta-Modelle. Alle numerischen Verfahren wurden in einer komfortablen Entwurfsumgebung OptiY implementiert, welche allgeneine und direkte Schnittstellen zu den meisten kommerziellen Softwarepaketen zur Verfügung stellt. Damit kann man die probabilistische Simulation auf alle diese CAD/CAE-Programme anwenden. Das Beispiel mit einem Induktionsmotor veranschaulicht Wirkungsweise, Ergebnisse und Interpretation der probabilistischen Simulation.

6. Literatur

[1] - T.Q. Pham, A. Kamusella: *Meta-Modellierung zur Gewinnung von Ersatzmodellen aus Messdaten und FE-Analysen als Bausteine für die Multidomain-Simulation*. SIMPEP Kongress, 29-30 September 2011 in Veitshöchheim.

[2] - T.Q. Pham, A. Kamusella: *Zuverlässigkeitsanalyse und zuverlässigkeitsbasierte Optimierung mit probabilistischen Methoden am Beispiel eines Magnetantriebes*. VDI-Tagung Technische Zuverlässigkeit, 29.-30. April 2009 in Leonberg

[3] - Jolliffe, I.T.: *Principal Component Analysis*, second edition, Springer 2002.

[4] - OptiY GmbH: *OptiY Software Dokumentation*. www.optiy.eu

[5] - Infolytica Corporation: *Magnet Software Documentation*. www.infolytica.com